

# パワースペクトル密度ってなに？

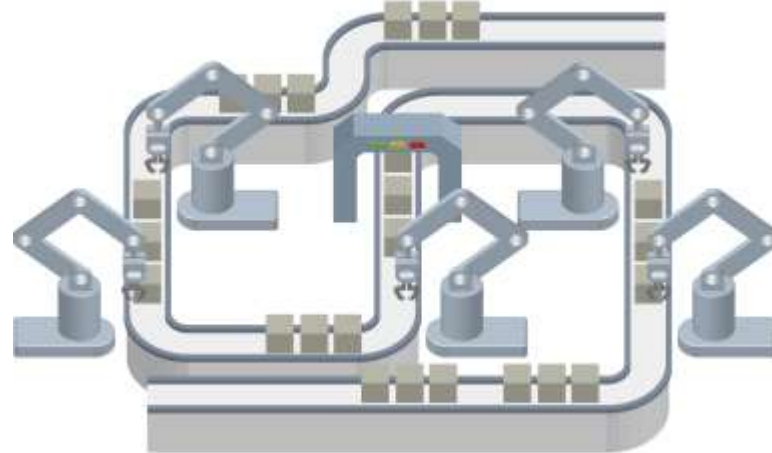
神栄テクノロジー株式会社

2023/3/14

## 製品開発



## 製造



## 流通（物流）



衝撃試験機      落下試験機

製品開発用途

水分活性測定器

においモニタ

吸収分光式露点水分計      温湿度変換器

パーティクルセンシングモニター

製造工程管理用途

温度ロガー      振動ロガー

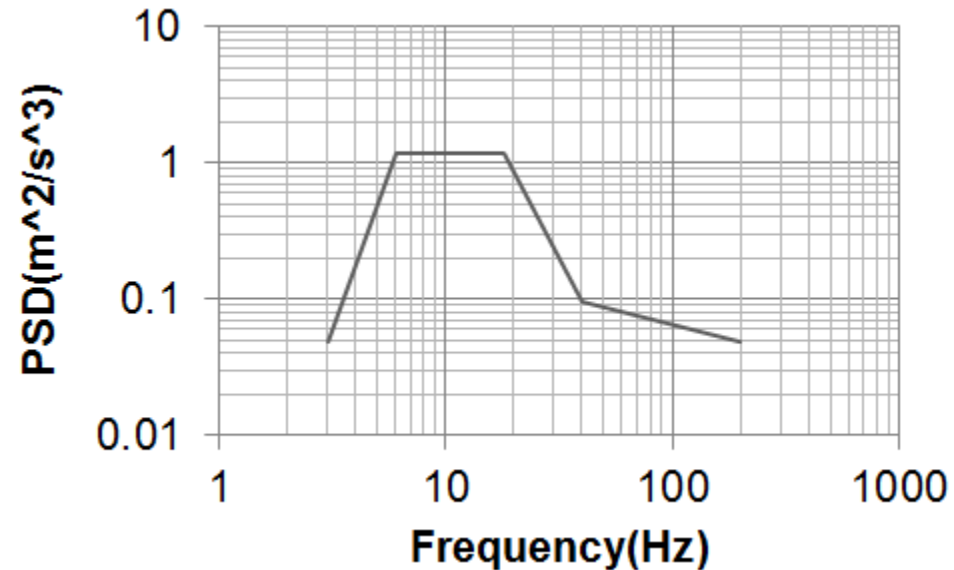
輸送環境記録計

輸送環境管理用途

# 目次

- 現場でよくみるパワースペクトル密度
- 不規則波は調和振動の重ね合わせ
- 調和振動の大きさとスペクトル、位相
- 不規則波瞬時値の標準偏差と実効値の関係
- パワースペクトル密度と不規則波の関係
- ランダム波と掃引波の違い
- まとめ

## 現場でよくみるパワースペクトル密度

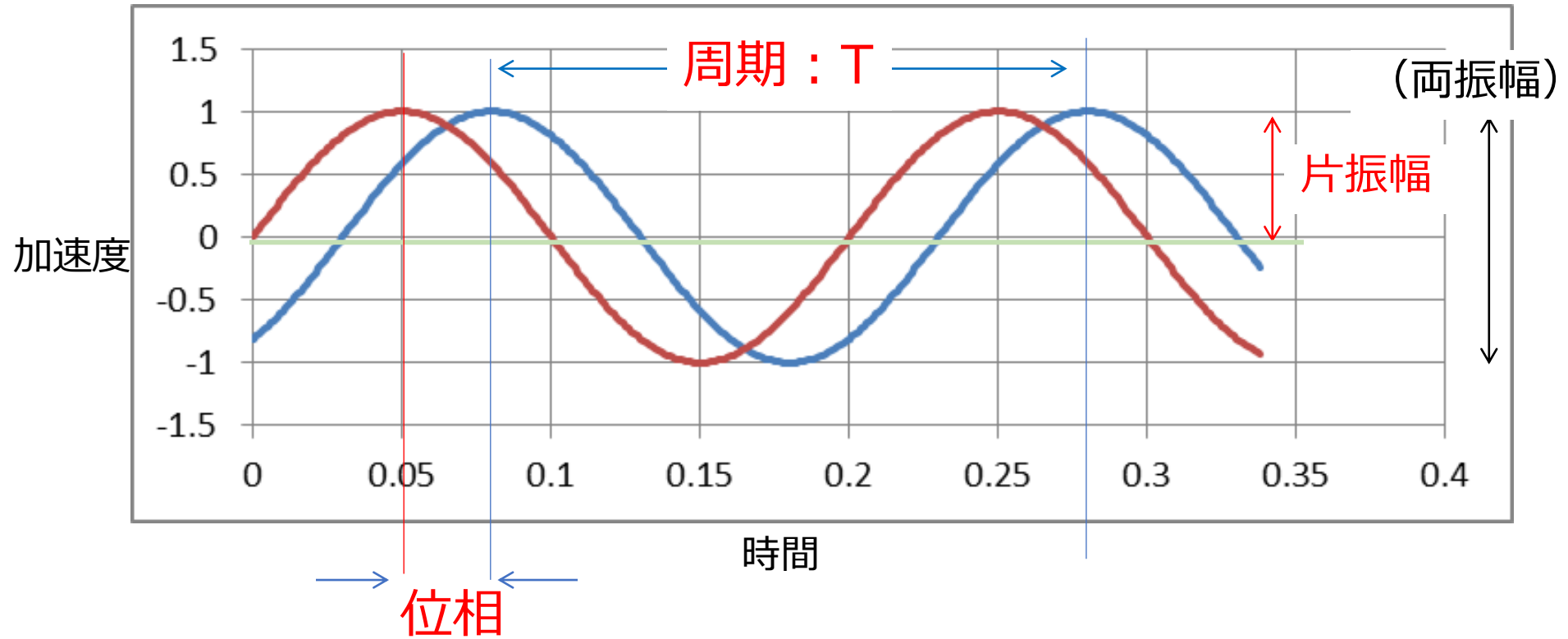


本ウェビナー趣旨  
PSDとはどういうものか、  
そのイメージをざっくりとつかむ

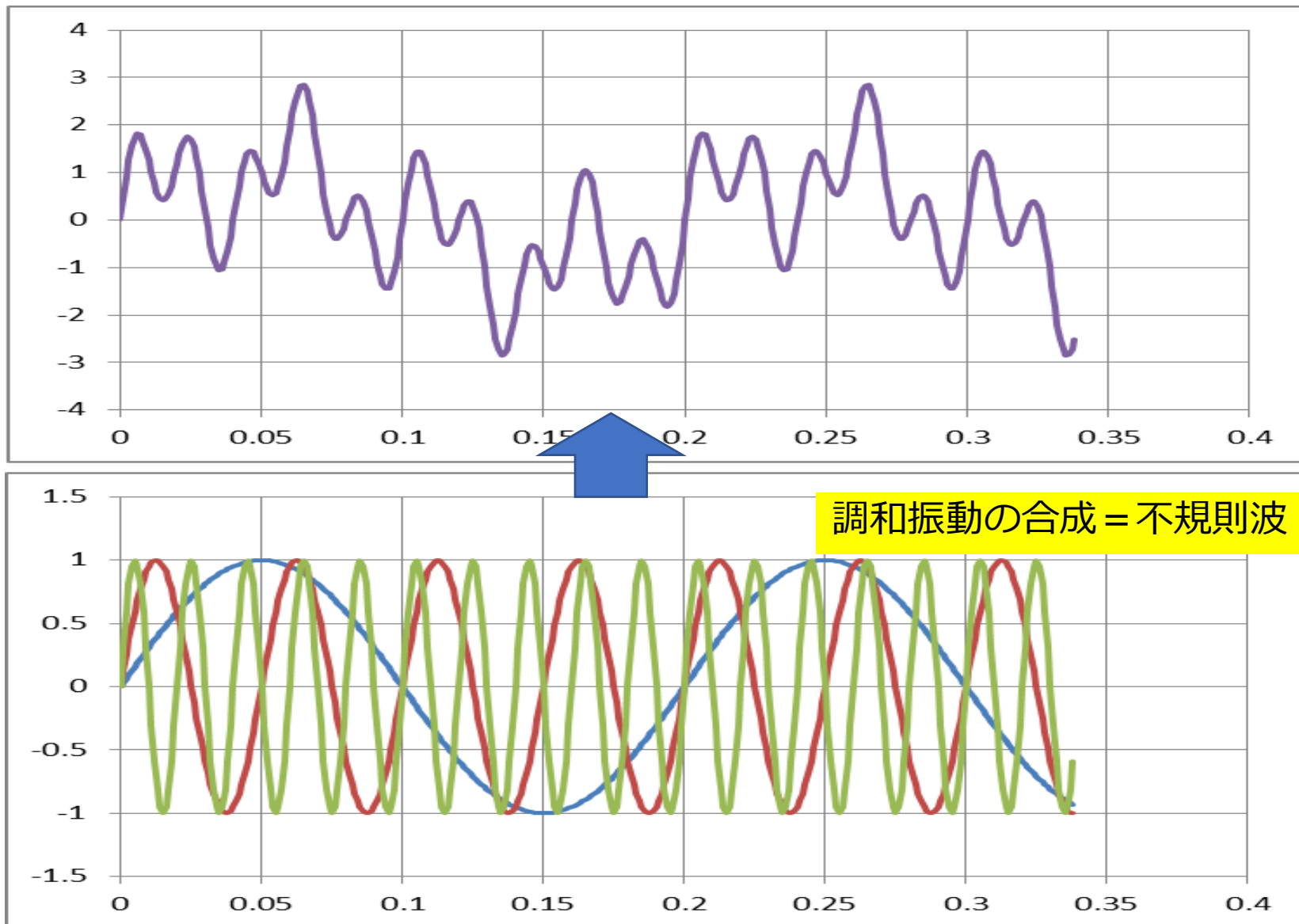
パワースペクトル密度 (Power Spectrum Density)  
ランダム振動試験の試験条件  
例 : JISZ0200 JISZ0232

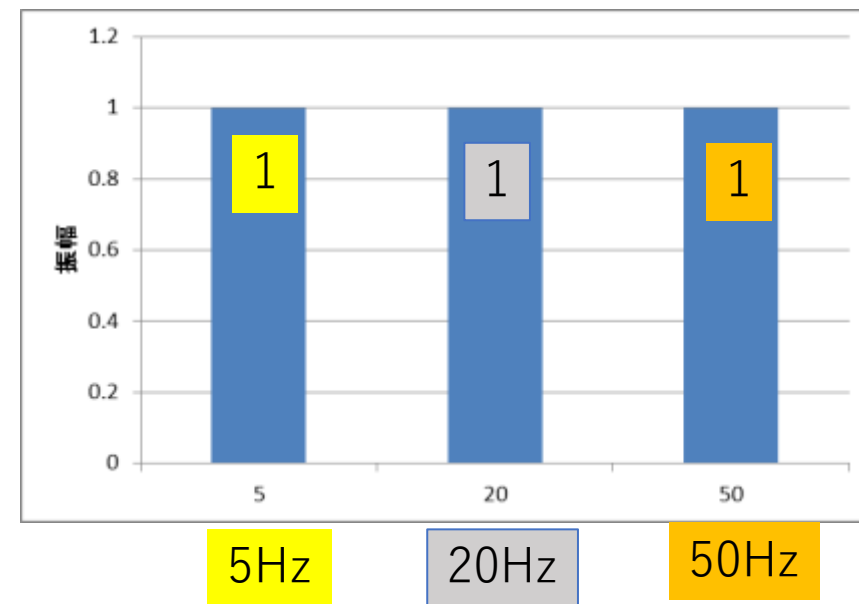
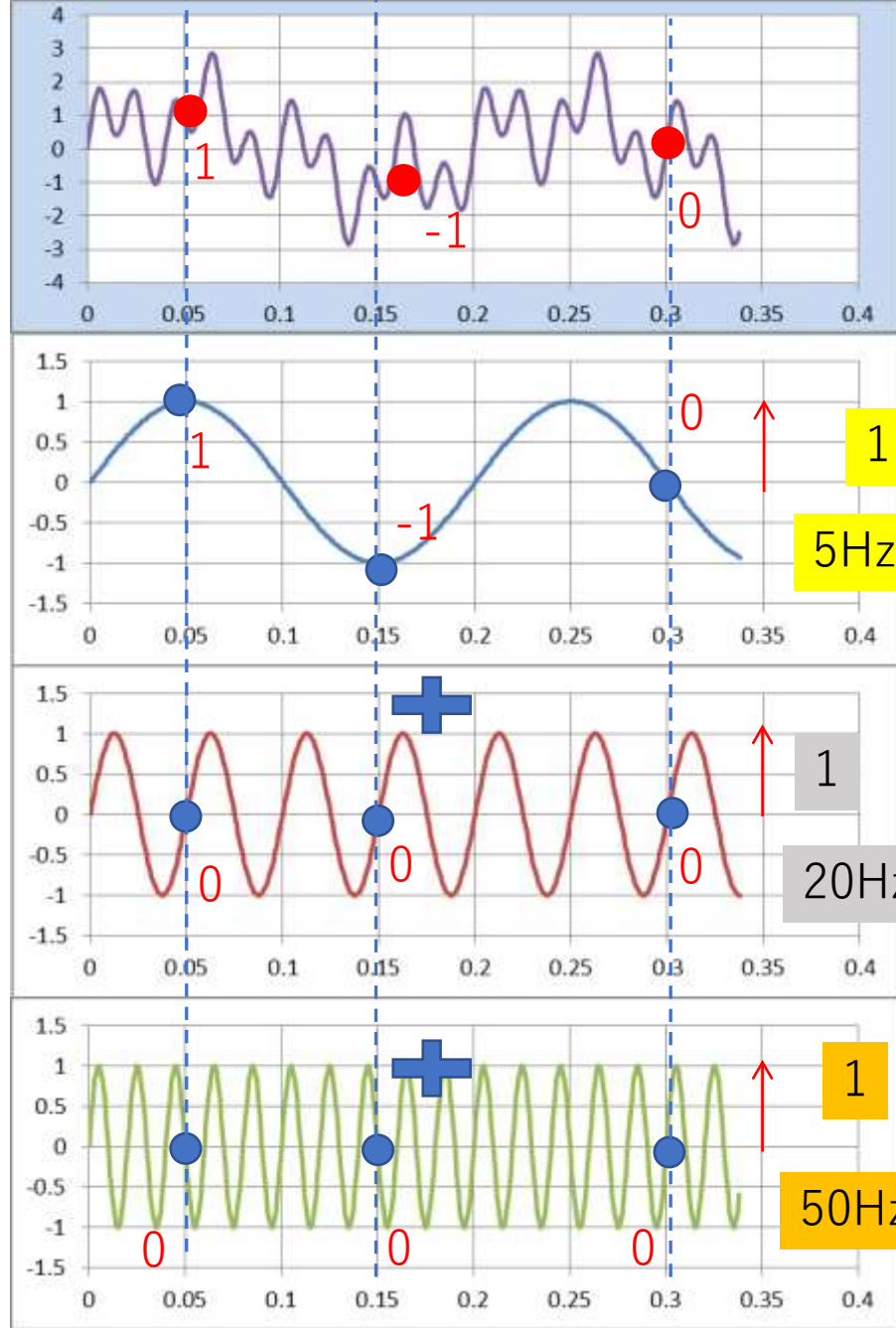
## 用語

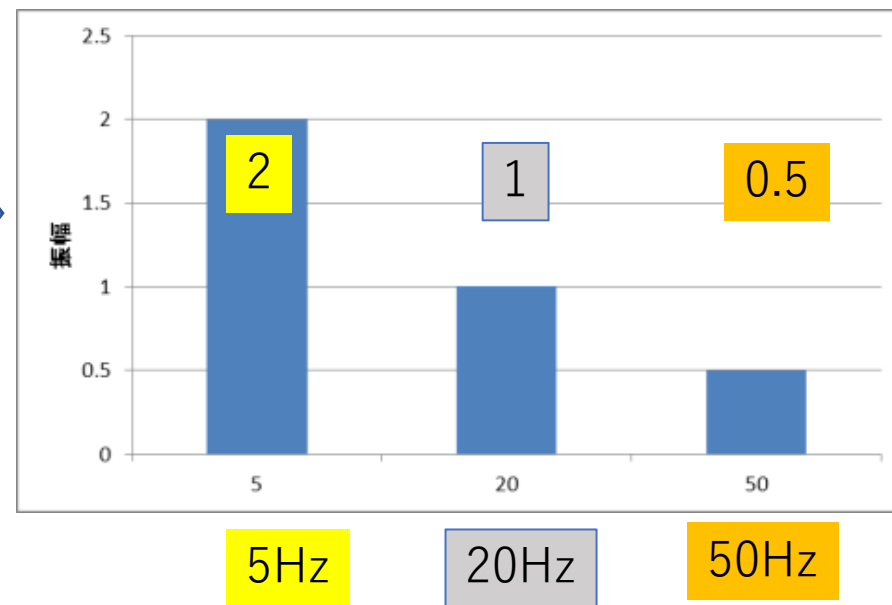
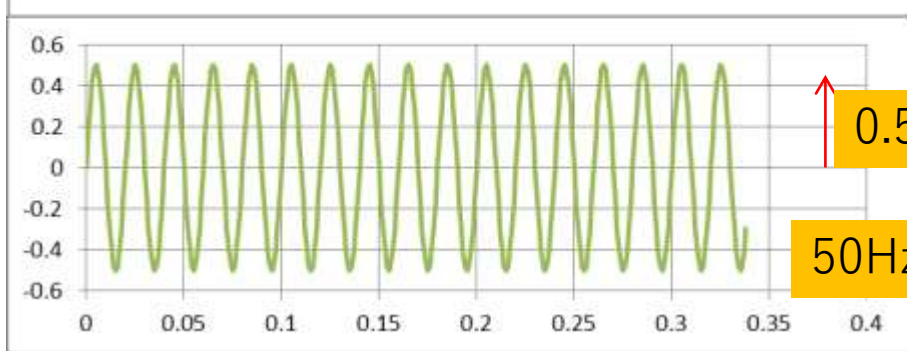
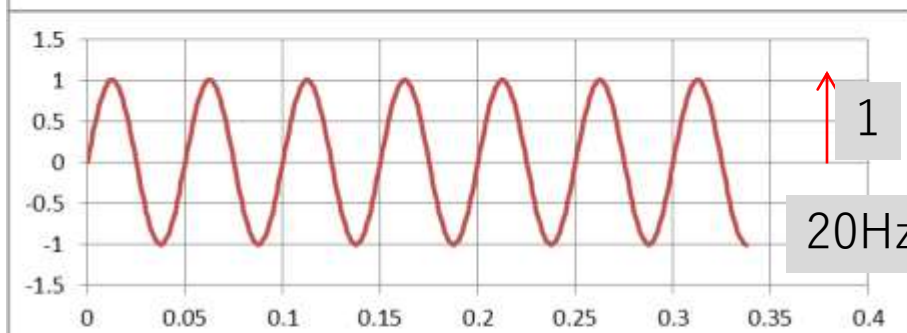
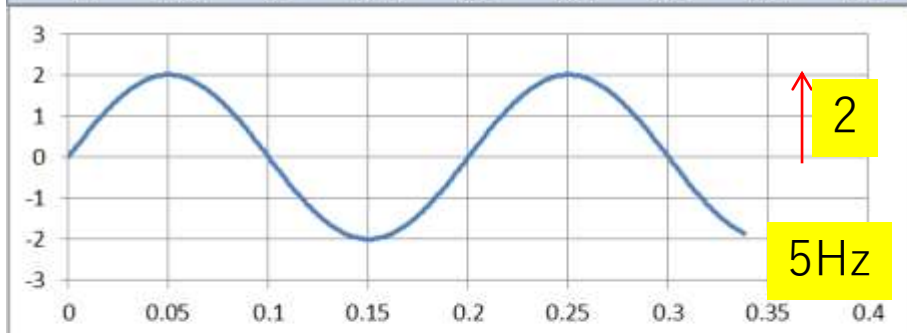
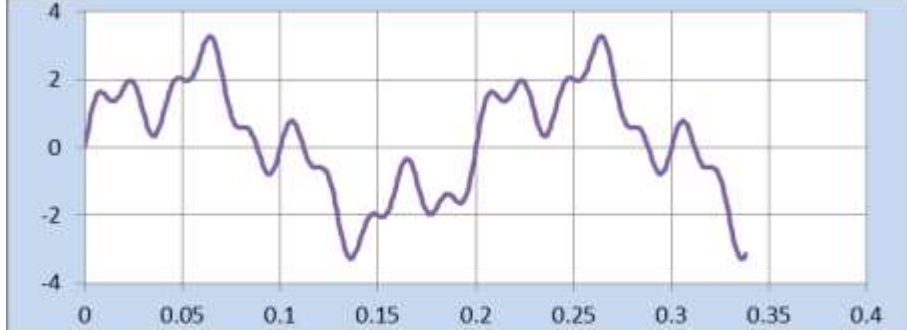
振動数（周波数）  $f = \frac{1}{T}$     ↓の波形の場合、 $f=1/0.2=5\text{Hz}$



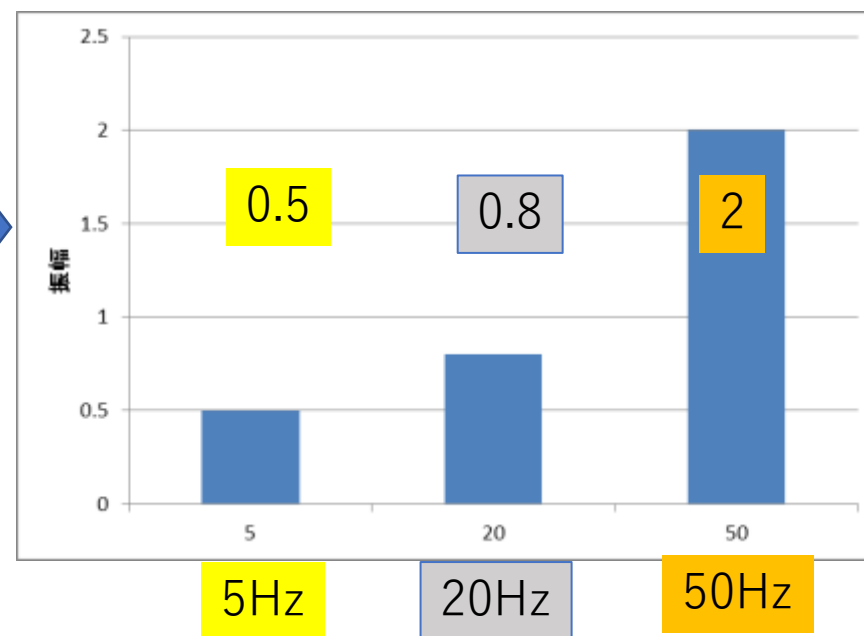
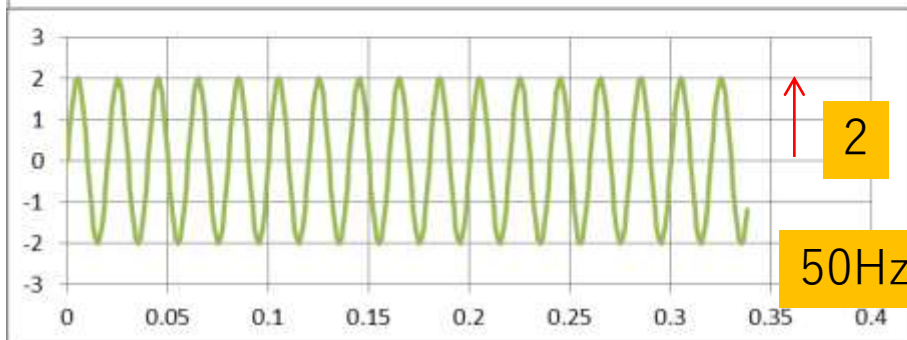
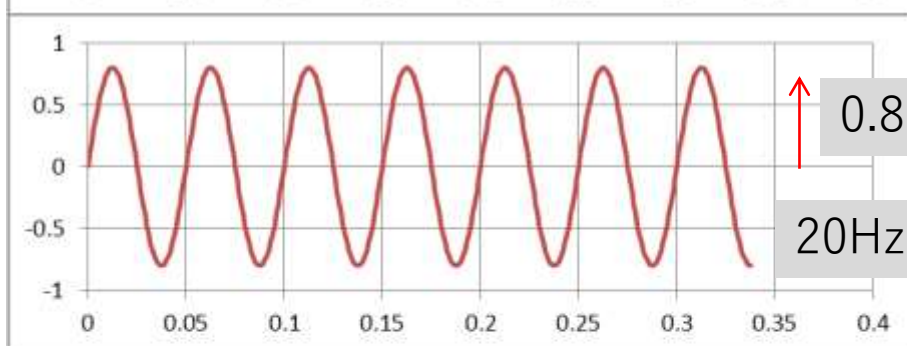
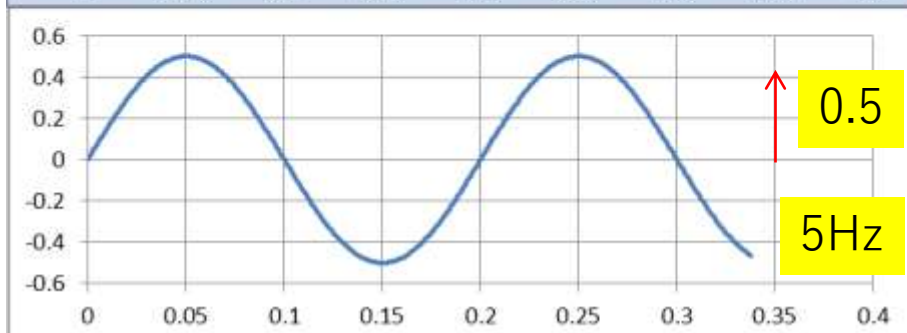
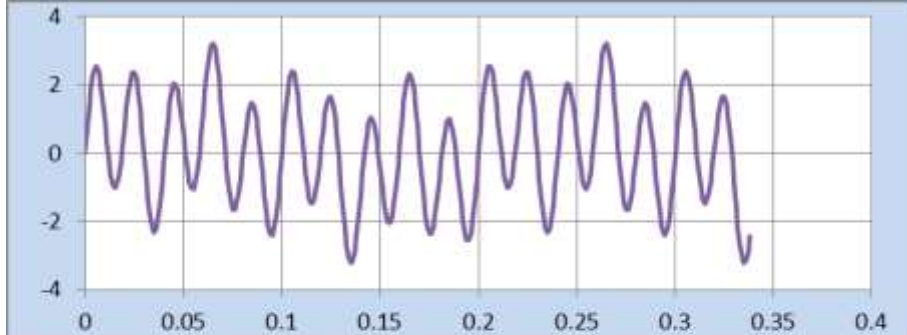
# 不規則波の考え方



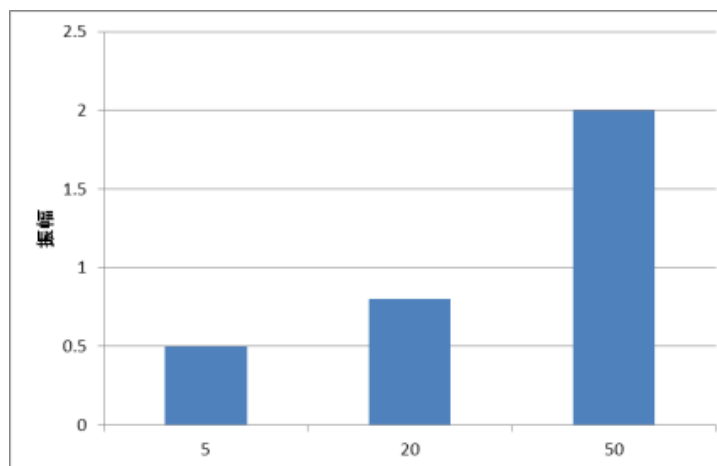
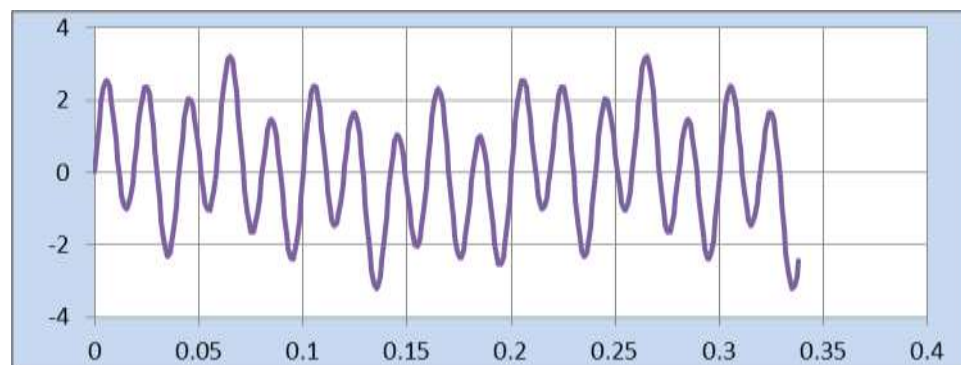
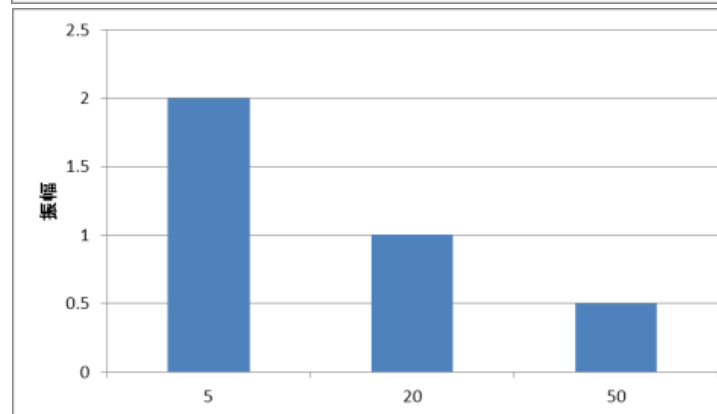
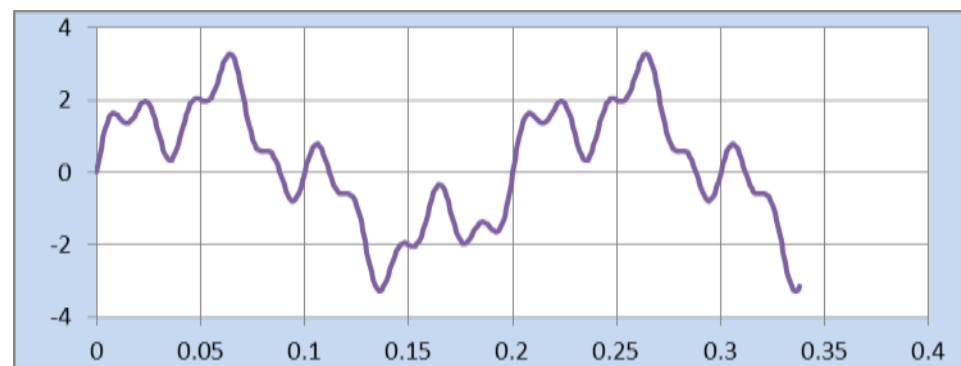
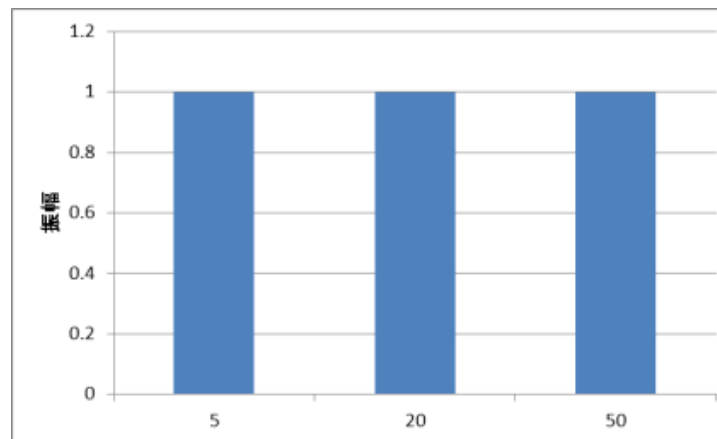
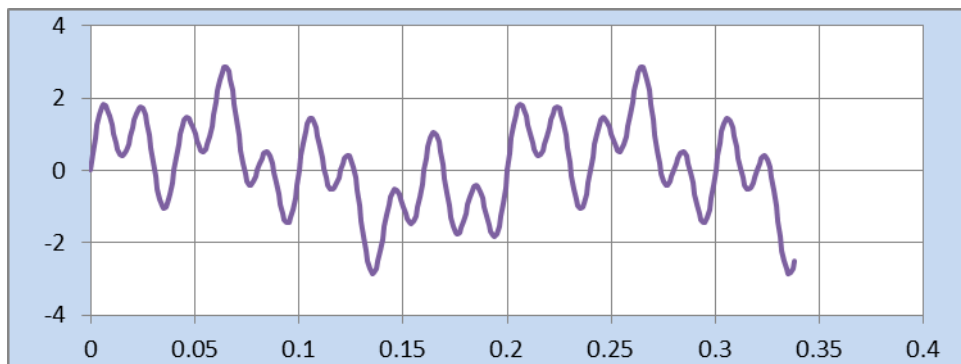




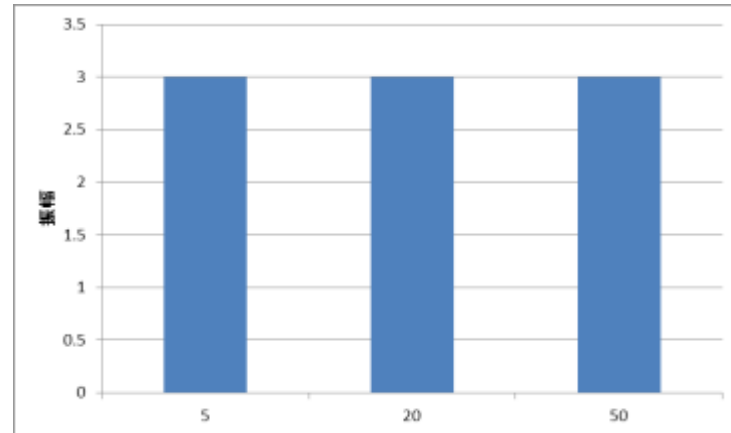
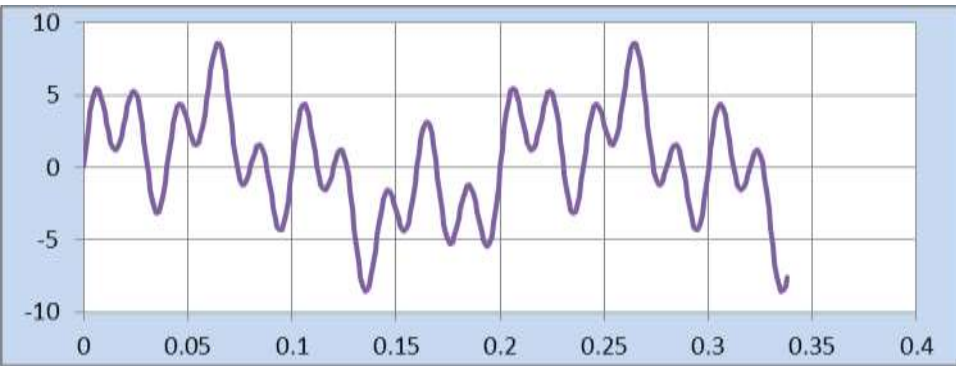
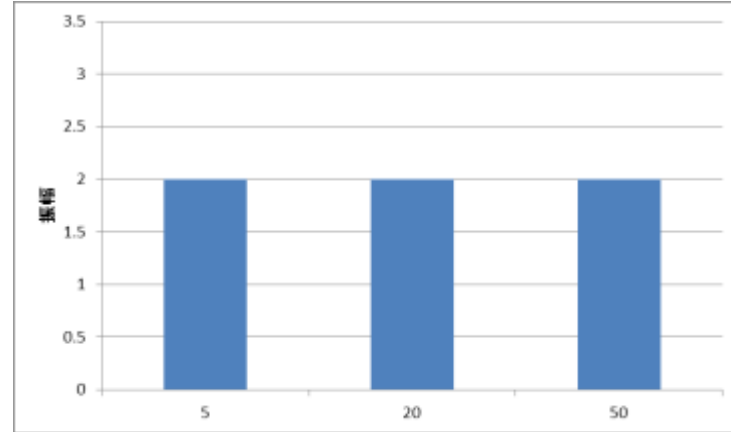
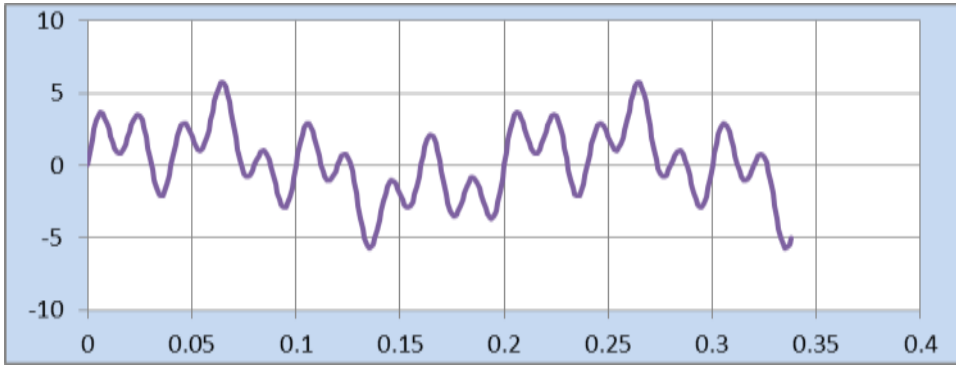
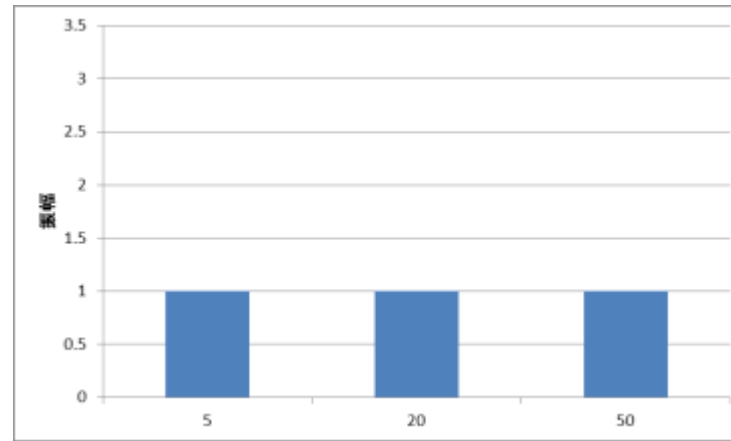
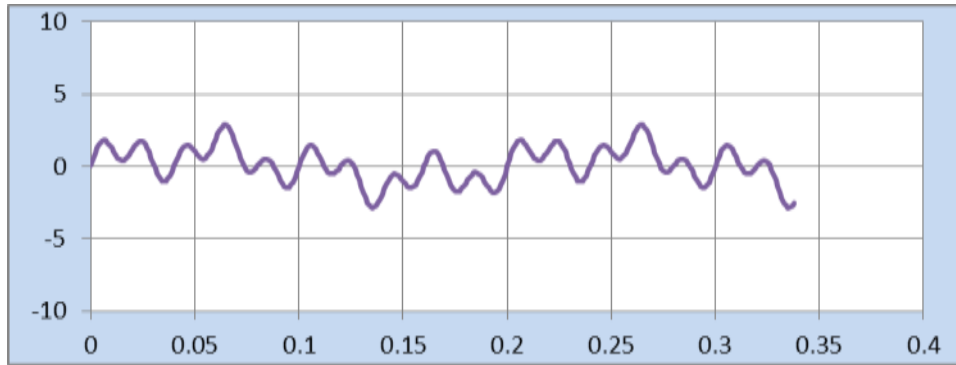


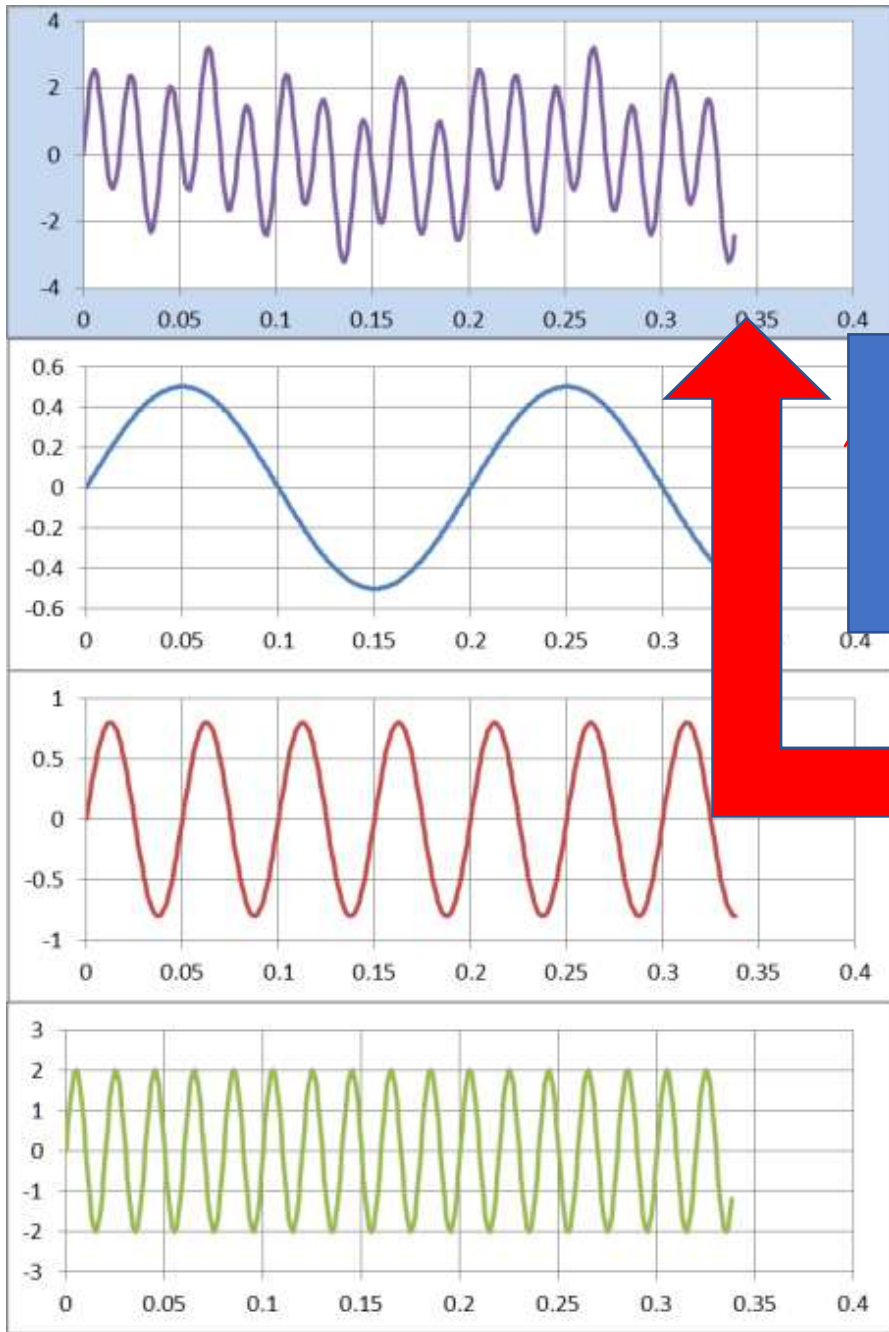


# 各周波数の大きさによる不規則波の違い

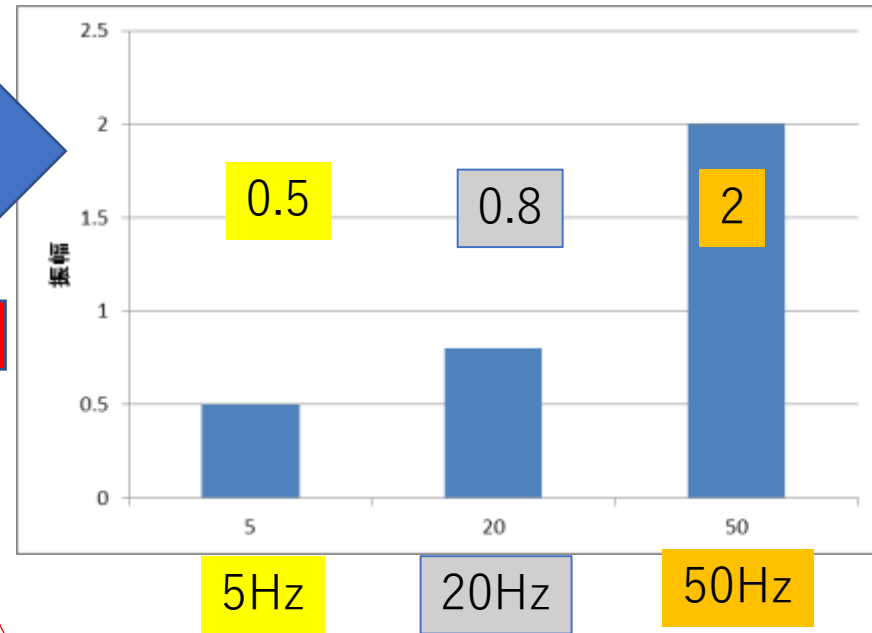


# 各周波数の大きさによる不規則波の違い





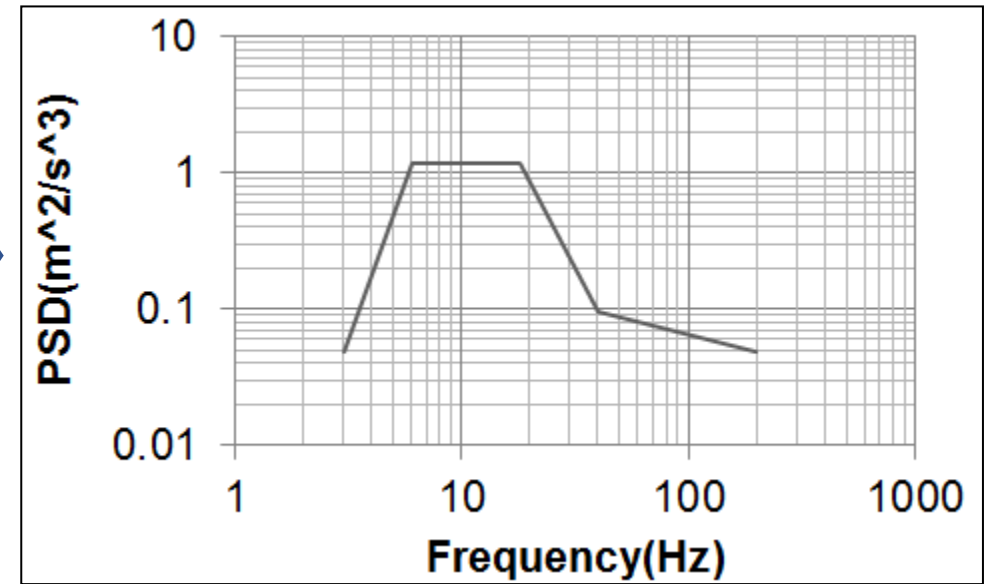
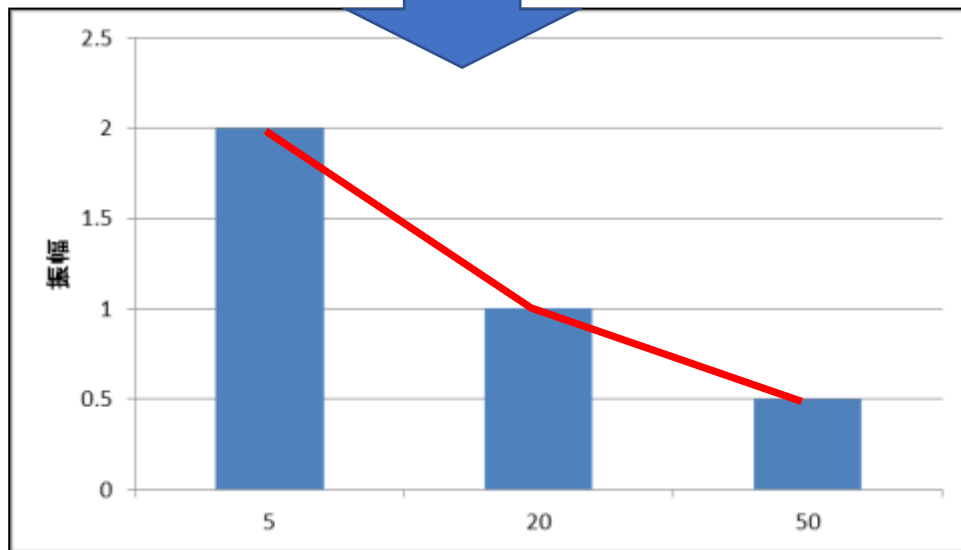
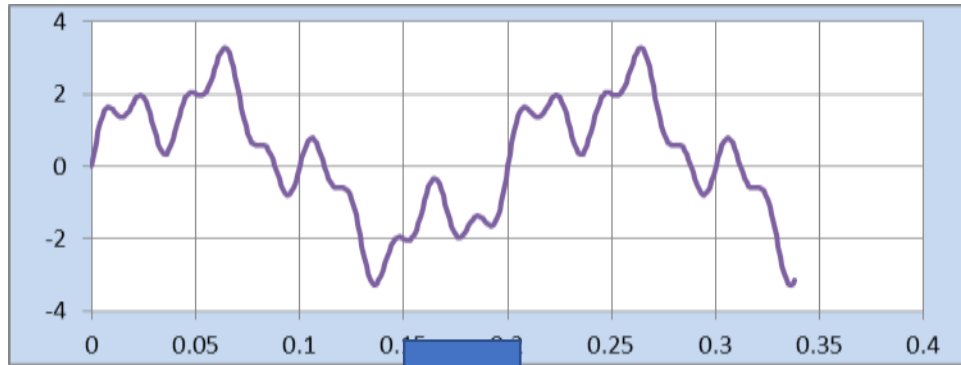
フーリエ変換  
時間→振動数に変換



振動数領域

フーリエ逆変換  
振動数→時間に変換

# PSDのイメージ



## パワー（仕事率、工率）P

$$P = \frac{E}{T} = \frac{1}{T} \times \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{T} \times \frac{(ma)^2}{2k}$$

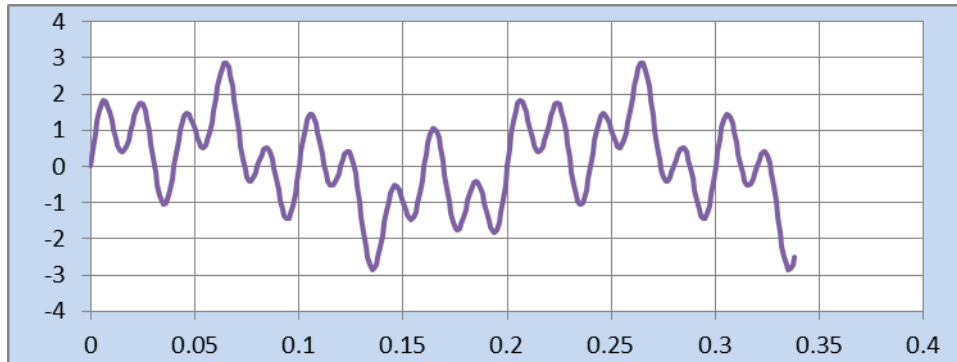
E : エネルギー

T : 時間

k : バネ定数

x : バネ変位 F : 力 m : 質量 a : 加速度

$$F = ma = kx$$



## パーセバルの定理

$$\int_{-\infty}^{\infty} a^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} G^2(f) df$$

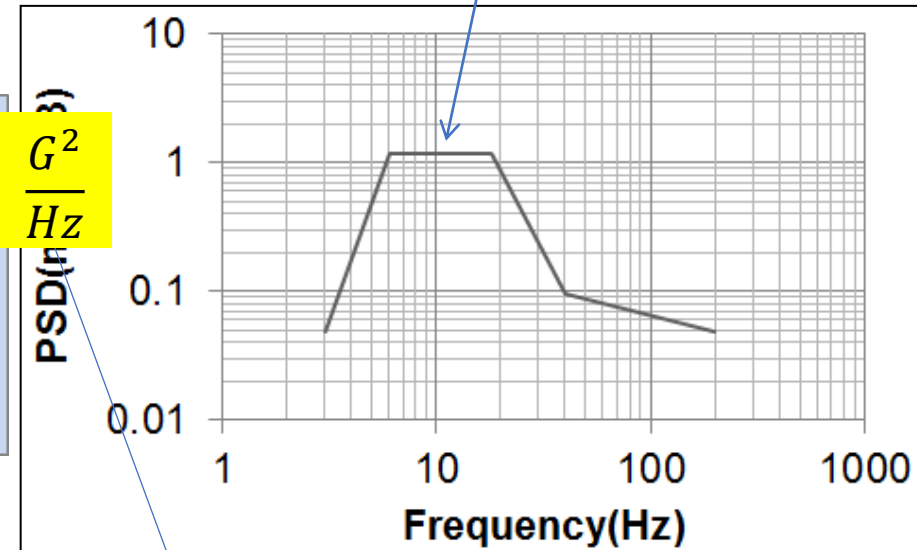
実効値

G(f) : a(t)のフーリエ変換

$$\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\infty} G^2(f) df}$$

## パワースペクトル密度

$$\sqrt{\int_0^{\infty} \frac{1}{T} G^2(f) df}$$



以下、単位のHzについて

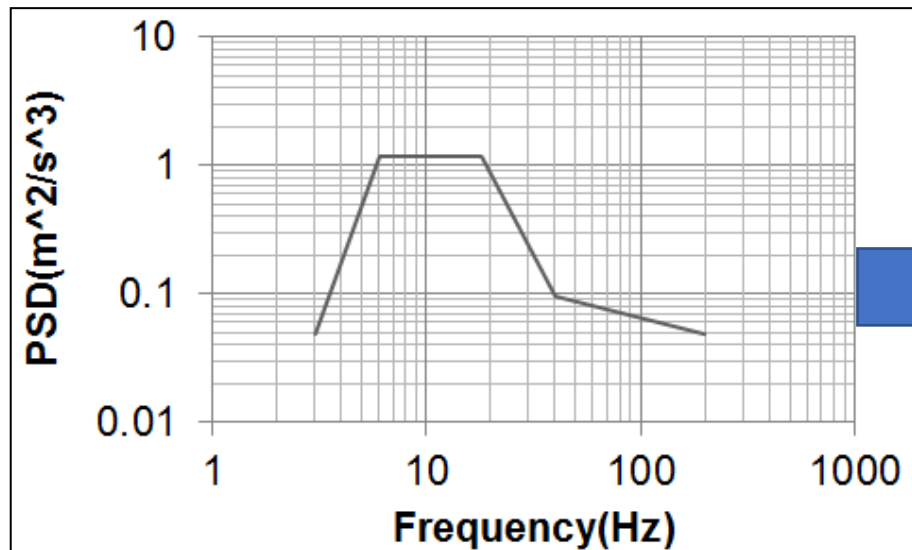
離散フーリエ変換の計算過程において

G(f)にΔtが係数として出てくる

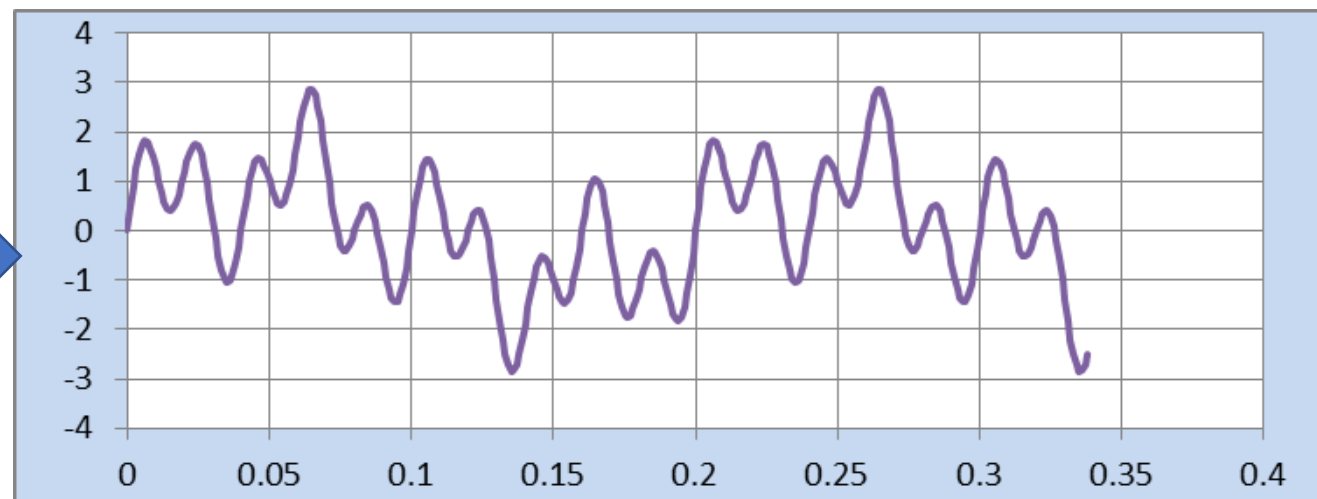
$$\frac{1}{T} (\Delta t \cdot G(f))^2 = \Delta t \cdot G^2(f) = \frac{G^2}{Hz}$$

$$\therefore T = \frac{1}{f}$$

## PSD→不規則波の生成（フーリエ逆変換）

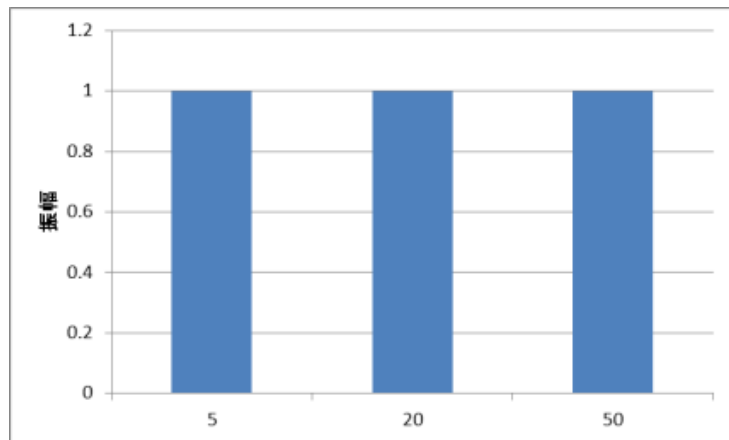


振動試験制御装置に入力

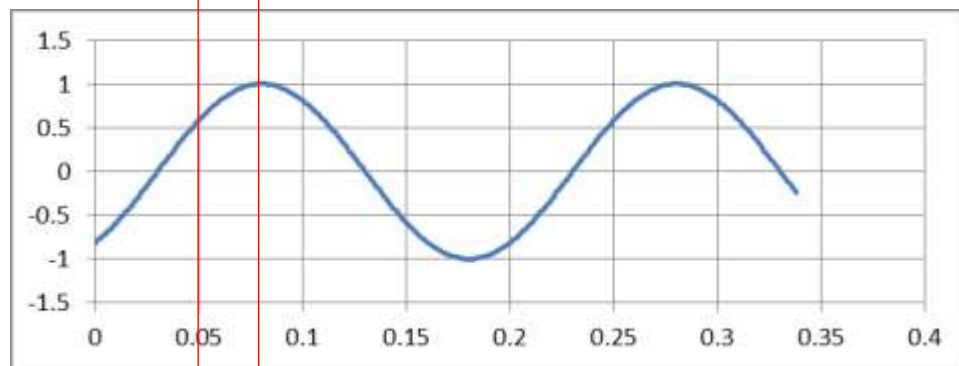
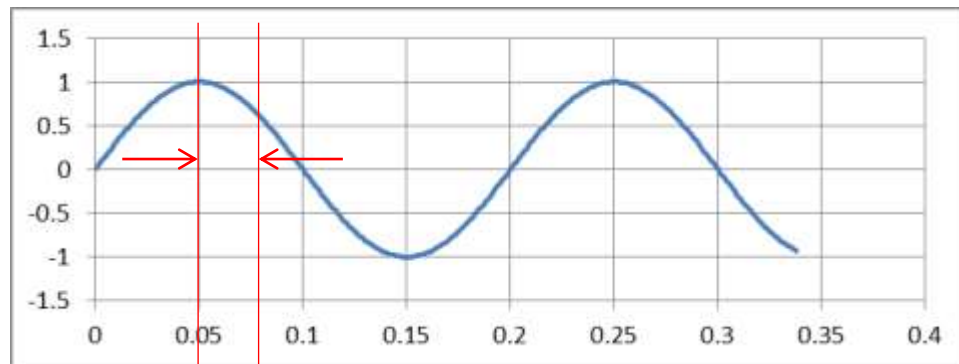
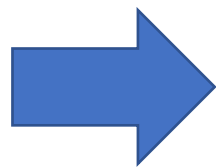


振動台上の振動波形生成

## PSD→不規則波の生成（フーリエ逆変換）

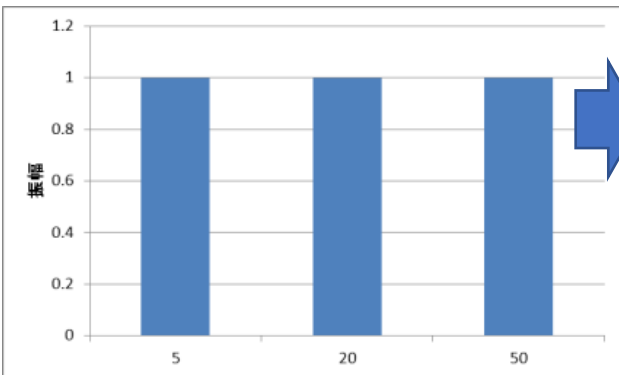


振幅、振動数が同じでも  
時系列加速度波形は位相に  
よって変化する

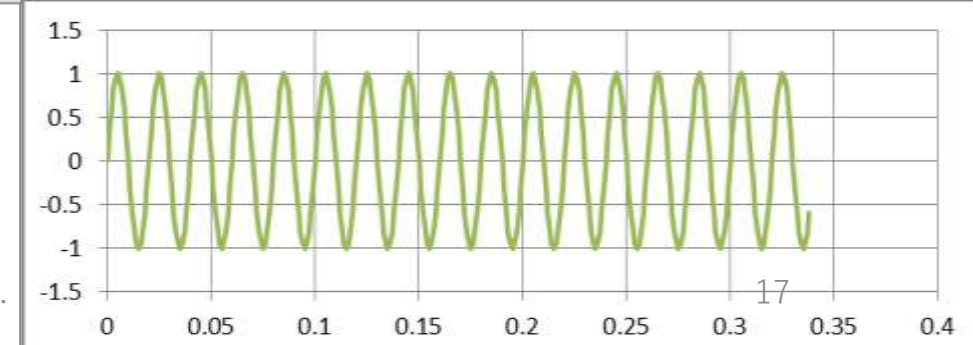
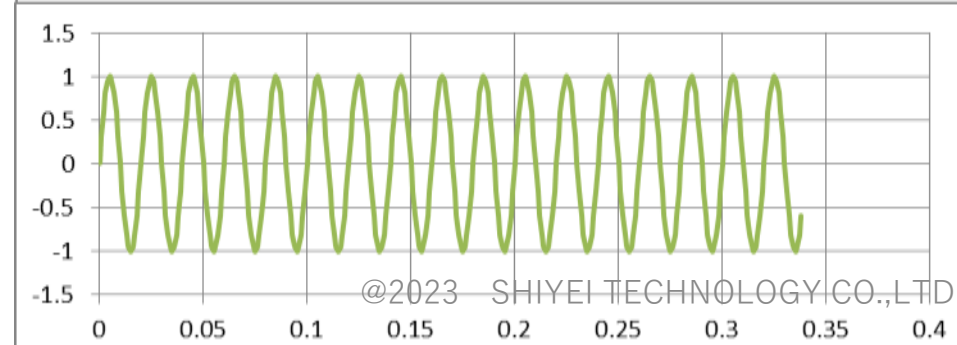
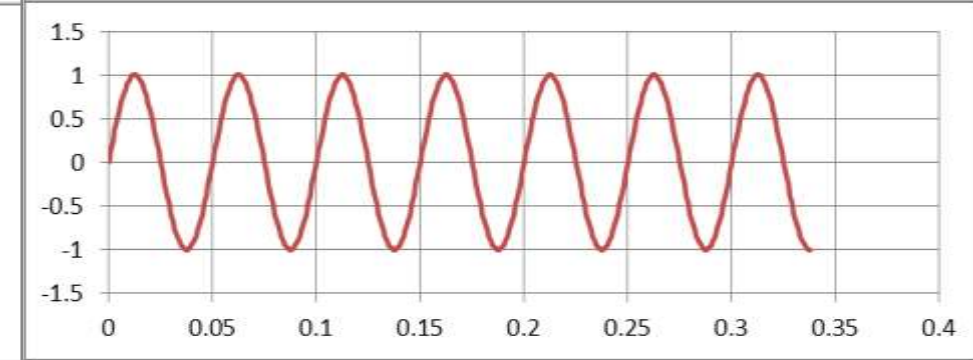
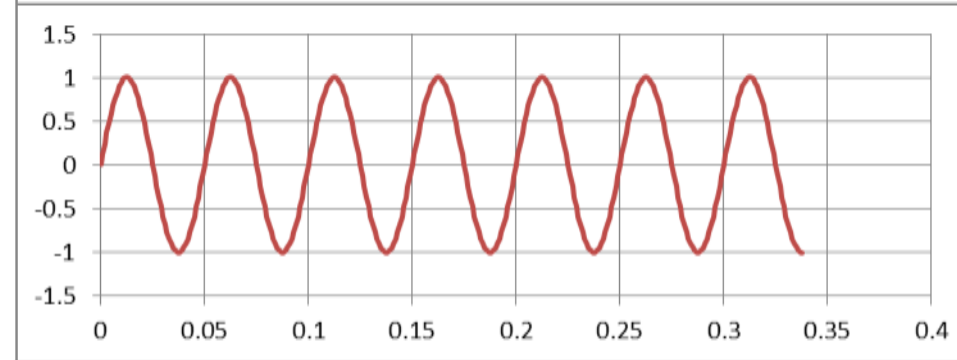
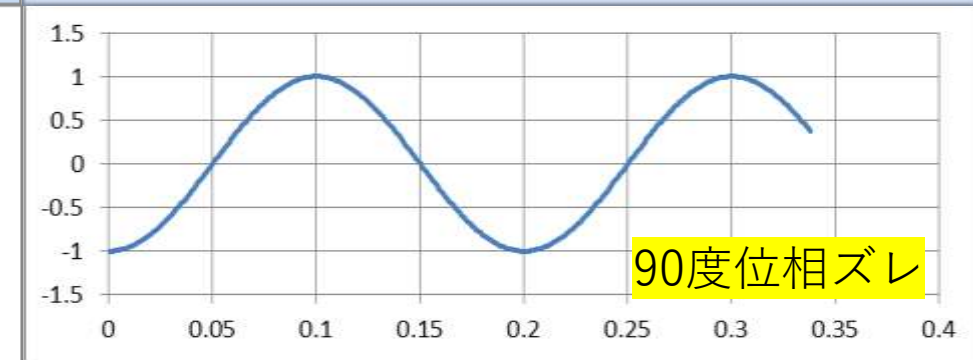
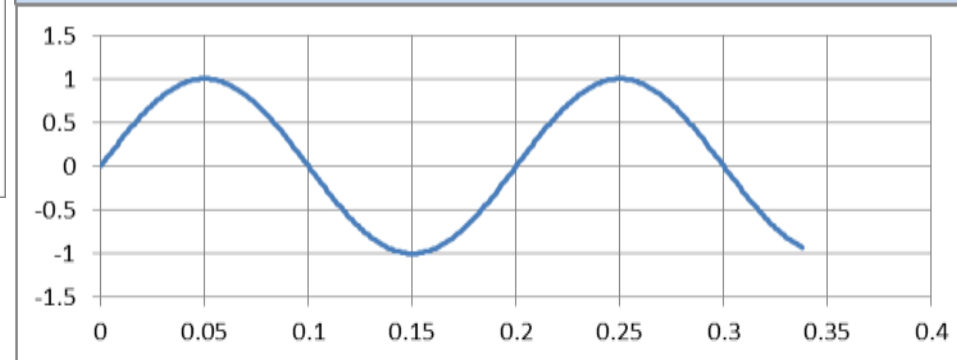
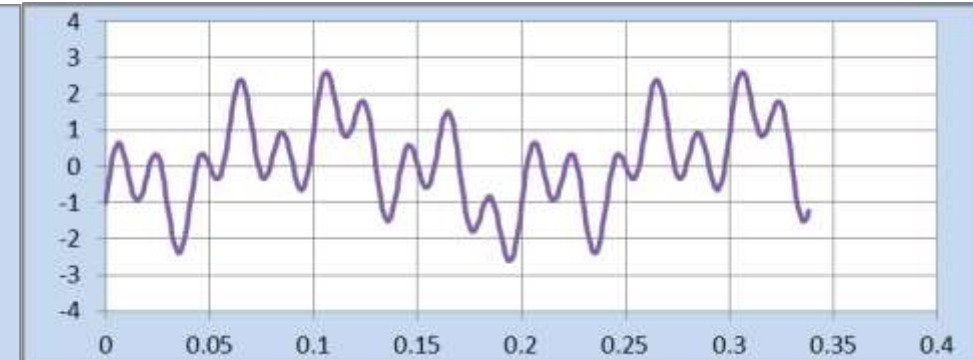
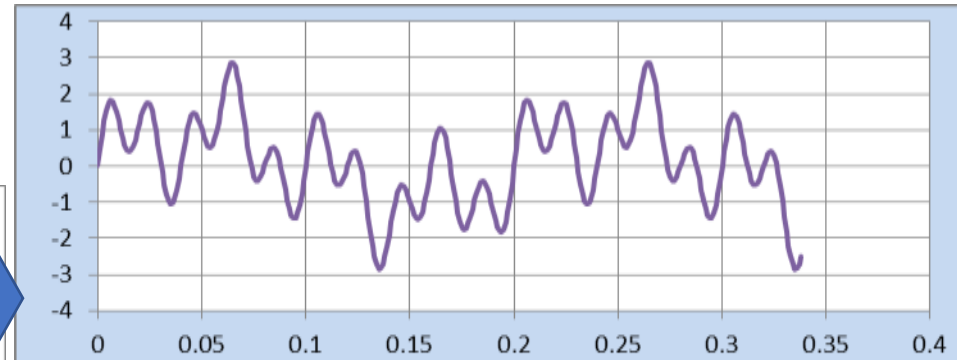


位相 = 波形の時間ずれ

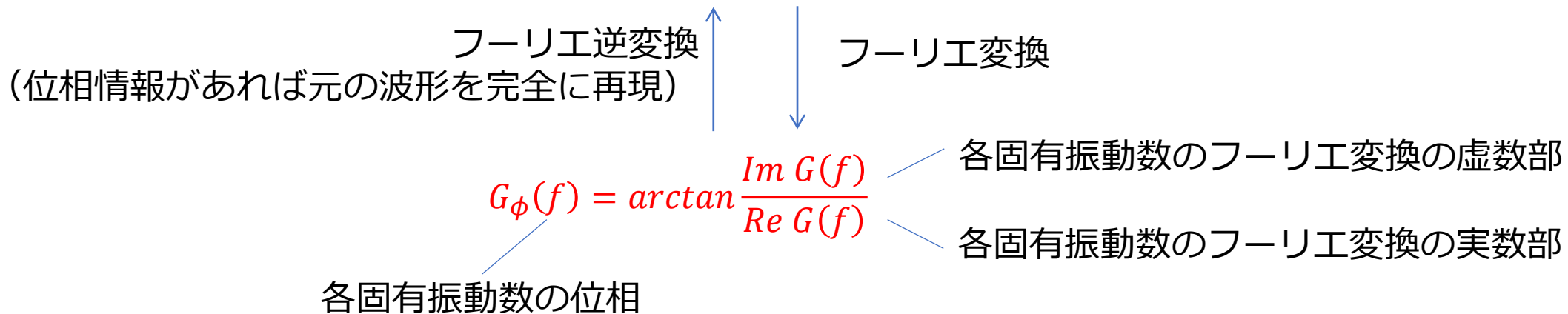
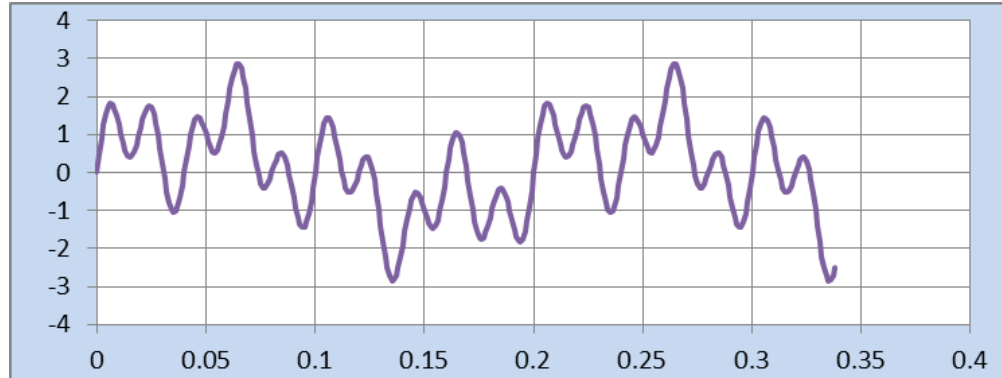




振幅、振動数が同じでも  
時系列加速度波形は位相に  
よって変化する



## PSD→不規則波の生成（フーリエ逆変換）

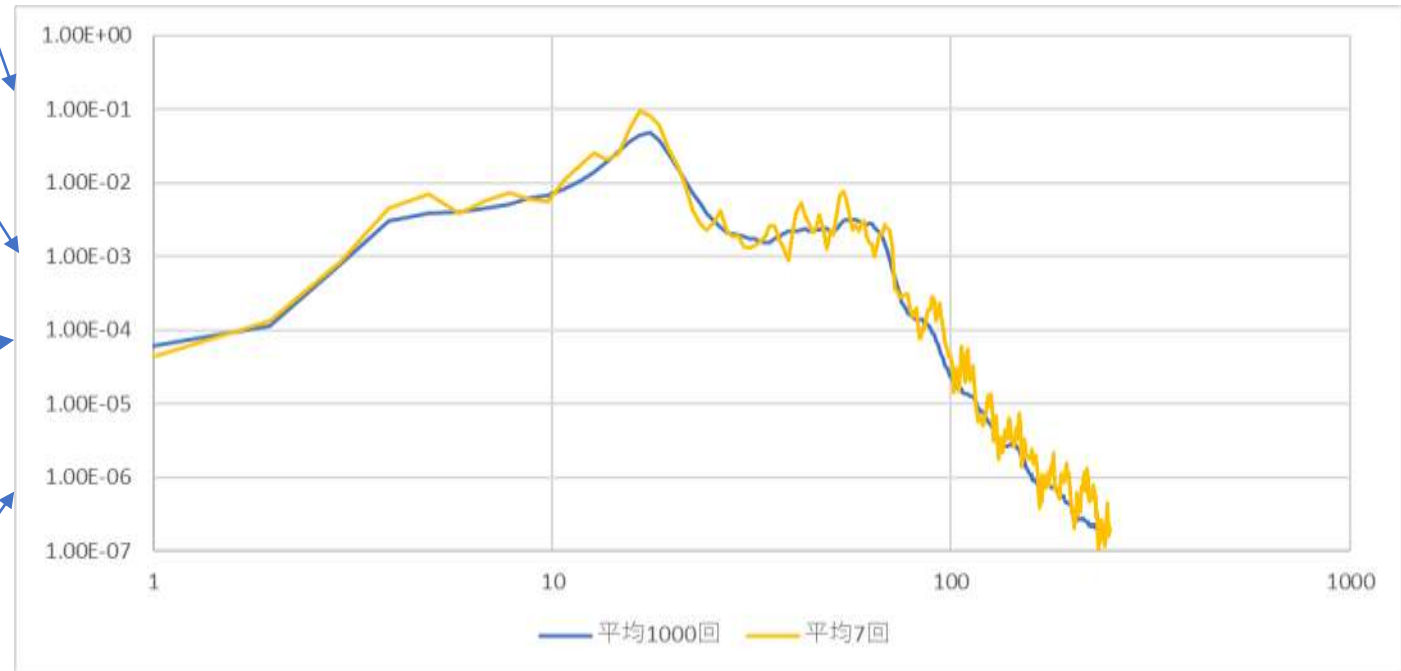


1波形のフーリエ変換結果に対して、位相情報は存在する

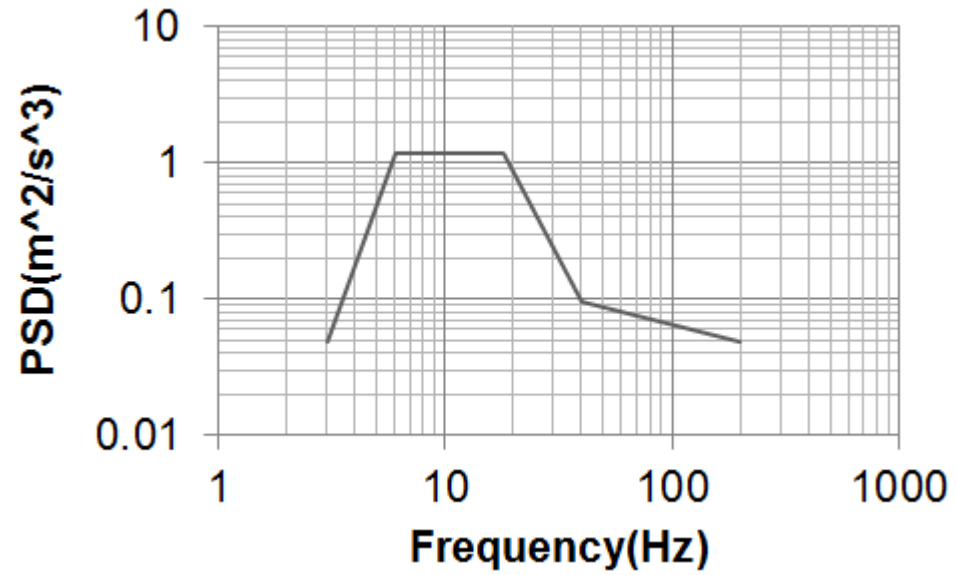
## 平均PSD（実測波形からPSD）

千差万別となる実測波形からその周波数特性を特定するために、  
PSD平均処理が行われる  
= 1波形だけのPSDでは振動特性を完全に表現できているかわからない  
(たまたまそのような結果になっただけかも)

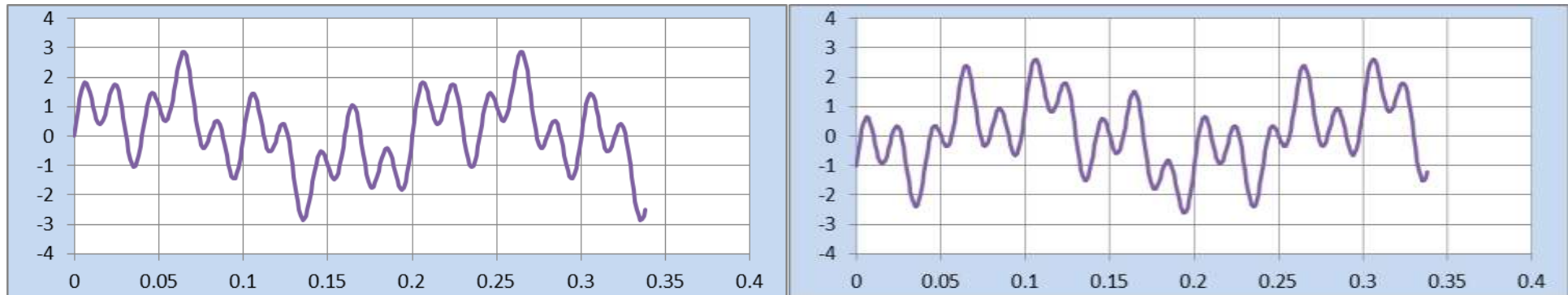
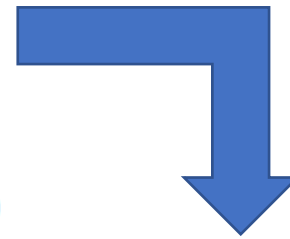
↓  
PSD平均処理を行う過程で、位相情報がマスキングされる



## 平均PSD (PSDから実測波形生成)

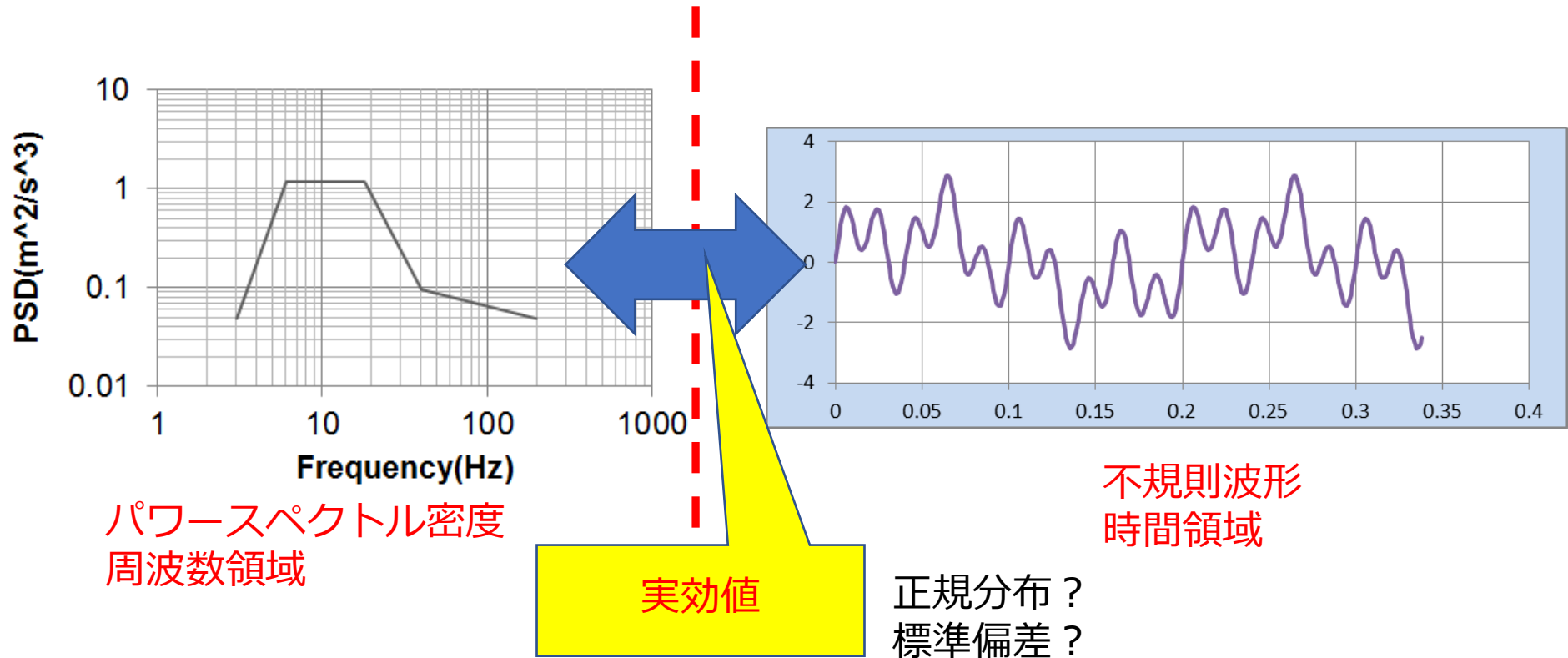


PSDから振動波形再現



位相情報がないので、同じPSDであっても再現される波形は千差万別

# パワースペクトル密度と不規則波の関係

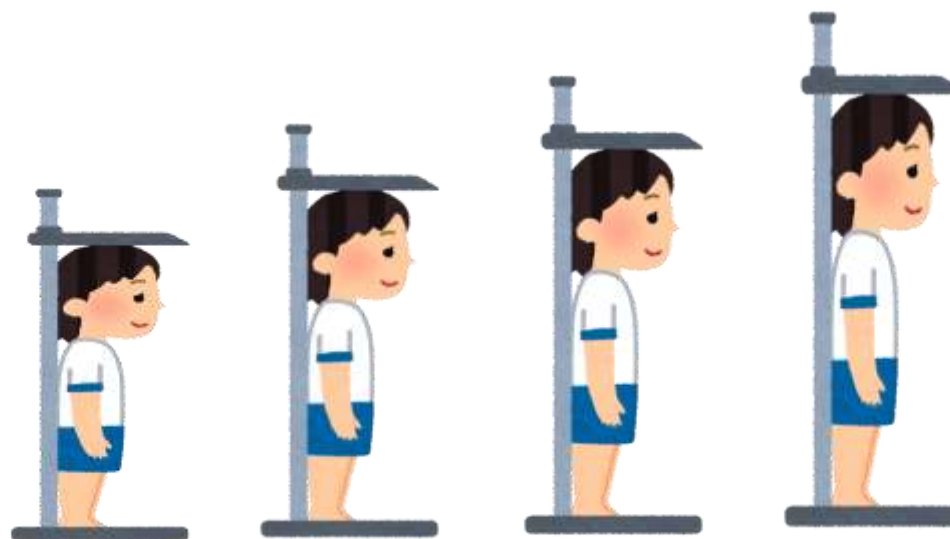
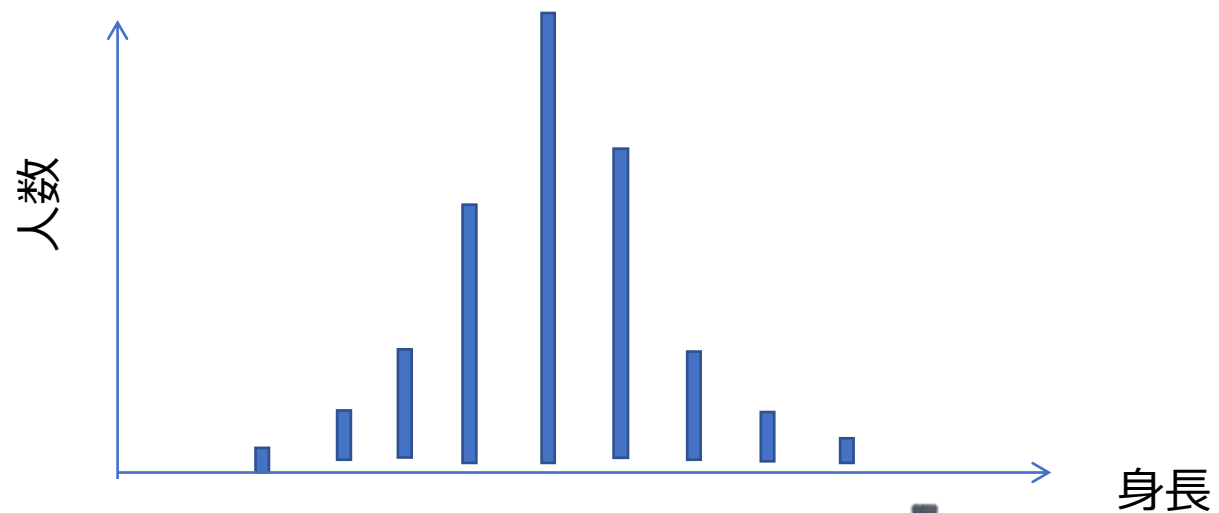


PSD (パワースペクトル密度) と不規則波形の関係性を紐づけるパラメータである実効値とその意味をイメージできるようになる

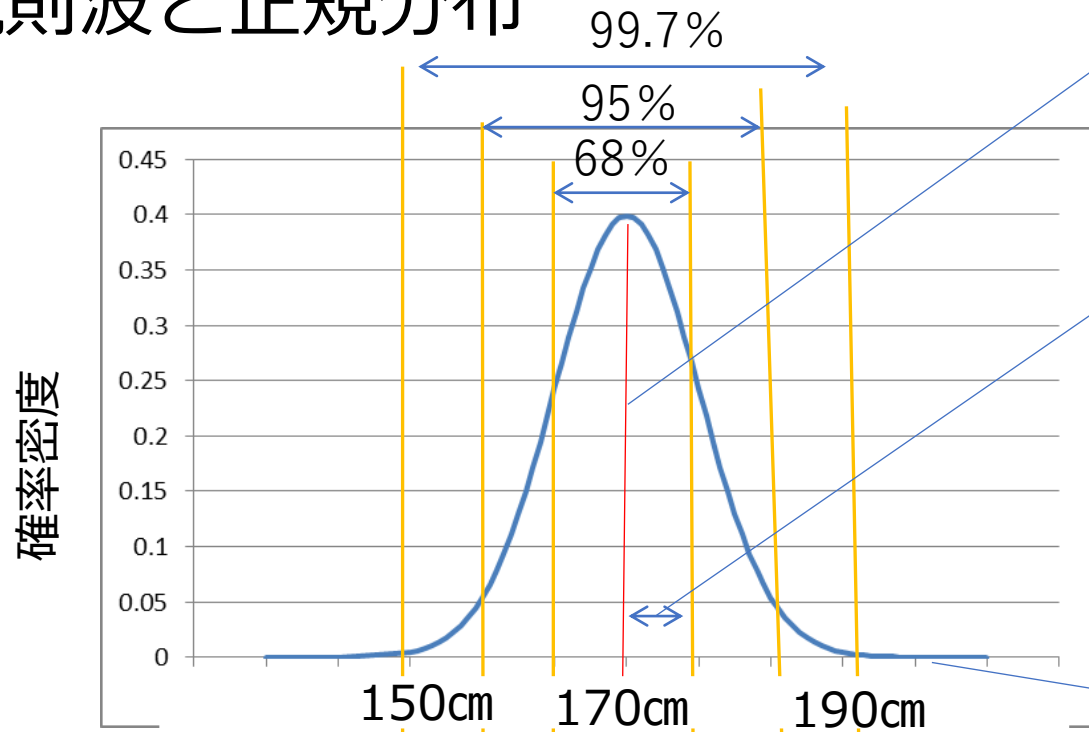
# 不規則波と正規分布

身長・体重の平均値

<https://www.e-stat.go.jp/dbview?sid=0003224177>



# 不規則波と正規分布



平均値 ( $\mu$ )

$$\mu = \frac{1}{N} \sum x_i$$

標準偏差 ( $\sigma$ )

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (x_i - \mu)^2}$$

N : 測定した全人数  
 $x_i$  : i番目の人の身長

正規分布  
 (ガウス分布)

20歳以上男性  
 $\mu = 168\text{cm}$   $\sigma = 7.1\text{cm}$



身長の測定結果が正規分布に従う場合

日本人成人男性の身長は

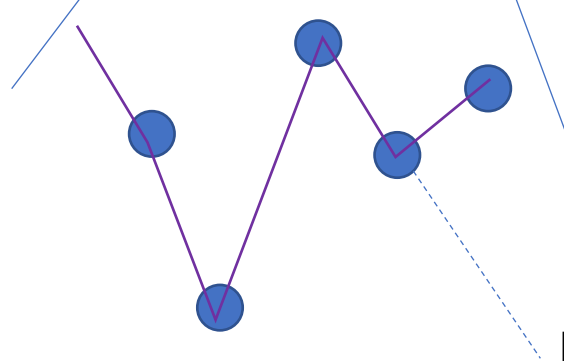
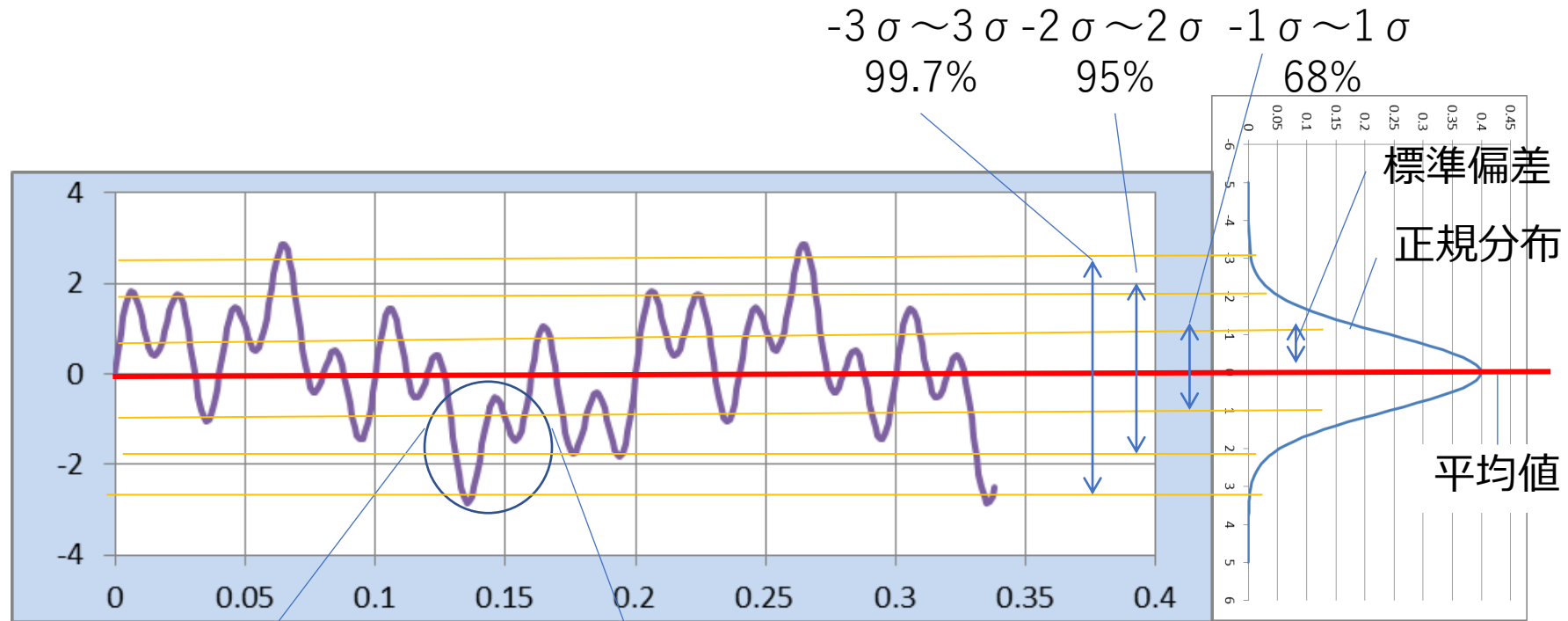
68%の人が  $\mu \pm 1\sigma = 160.9 \sim 175.1$

95%の人が  $\mu \pm 2\sigma = 153.8 \sim 182.2$

99.7%の人が  $\mu \pm 3\sigma = 146.7 \sim 189.3$

の範囲に含まれる

# 不規則波と正規分布

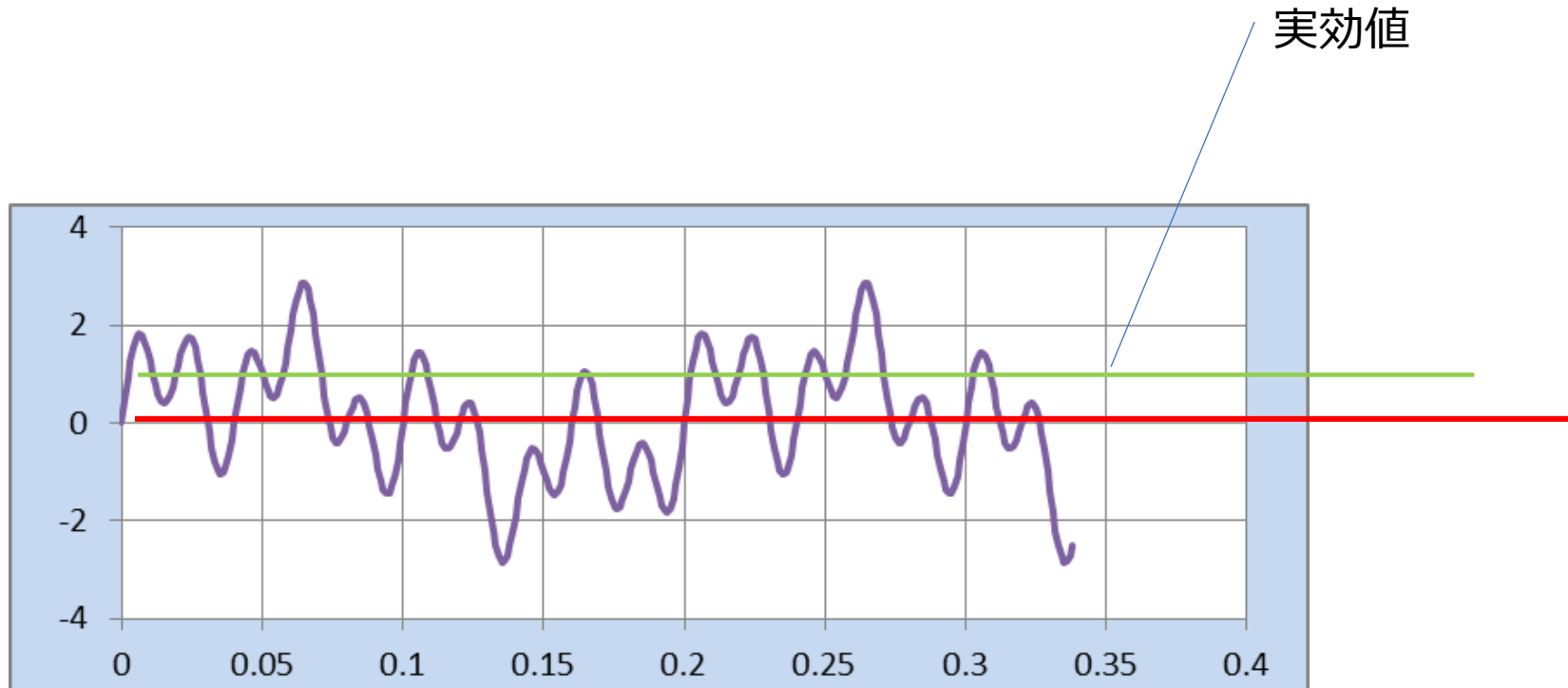


不規則波が正規分布に従う場合、その瞬間値は $\pm 3\sigma$  (99.7%) のなかに含まれる

瞬間値：ある瞬間の値



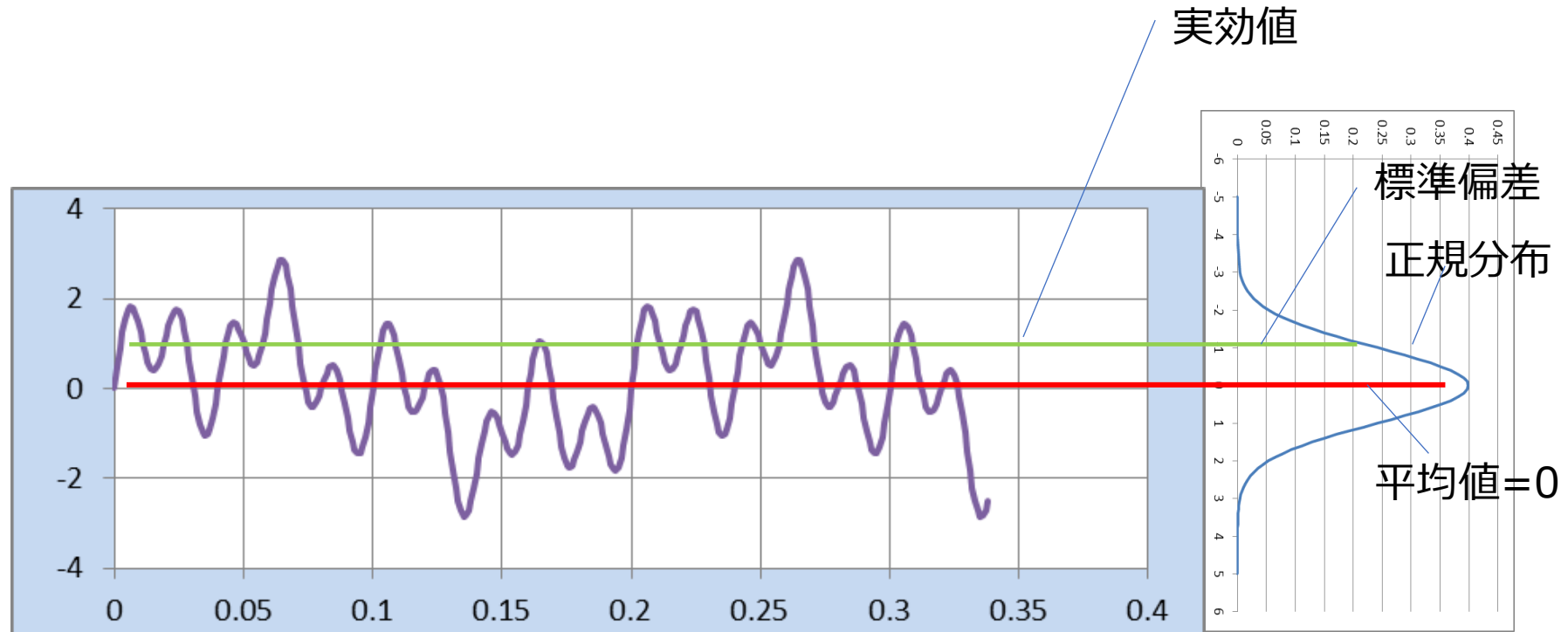
# 不規則波と実効値



実効値：交流を直流に置き換えたときの値（交流と直流のパワーは同じ）  
RMS (Root Mean Square)

$$a_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt}$$

# 不規則波と実効値

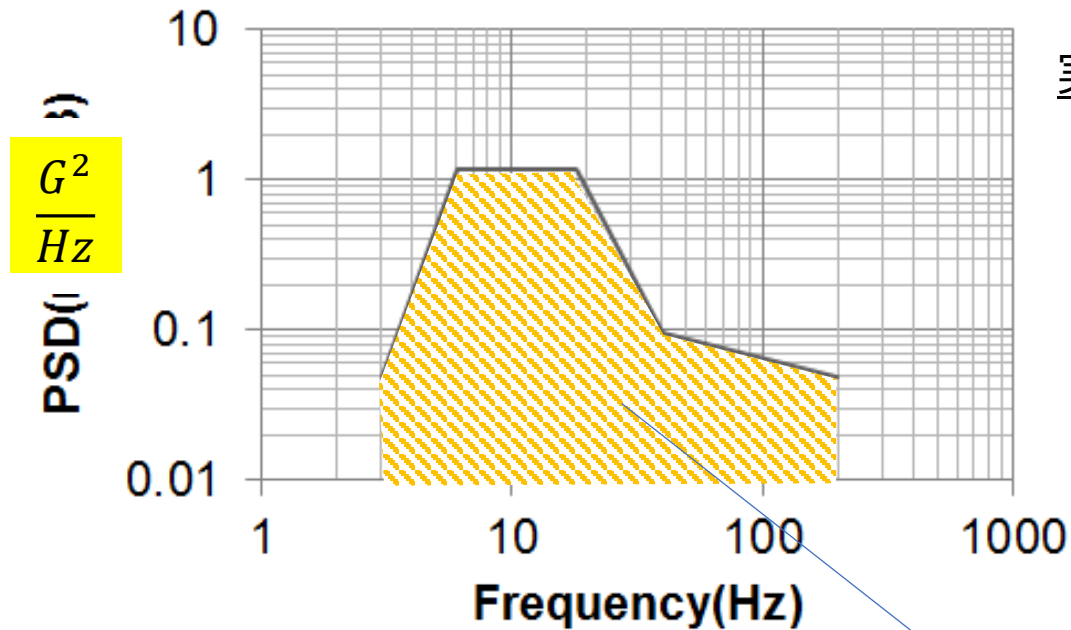


不規則波が正規分布に従い、平均値 ( $\mu$ ) が0となるとき  
実効値 = 標準偏差が成り立つ

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (x_i - \mu)^2}$$

$$a_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt}$$

# PSDからの実効値算出



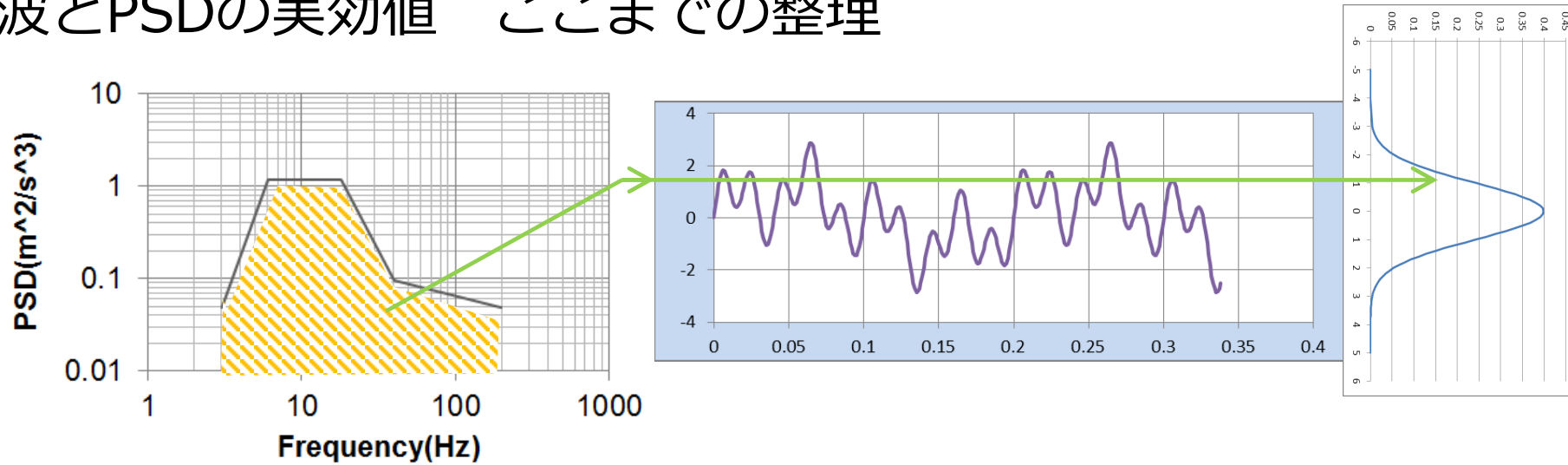
実効値 (前回資料p.15参照)

$$\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt} = \sqrt{\int_0^\infty \frac{1}{T} G^2(f) df}$$

PSD面積の平方根 = 実効値  $G_{\text{rms}}$

単位  $\frac{G^2}{\text{Hz}} \times \text{Hz} = G^2 \rightarrow \sqrt{G^2} = G$

# 不規則波とPSDの実効値 ここまでの整理



PSDの面積の平方根 ( $G_{rms}$ ) = 不規則波形の実効値 = 正規分布の標準偏差

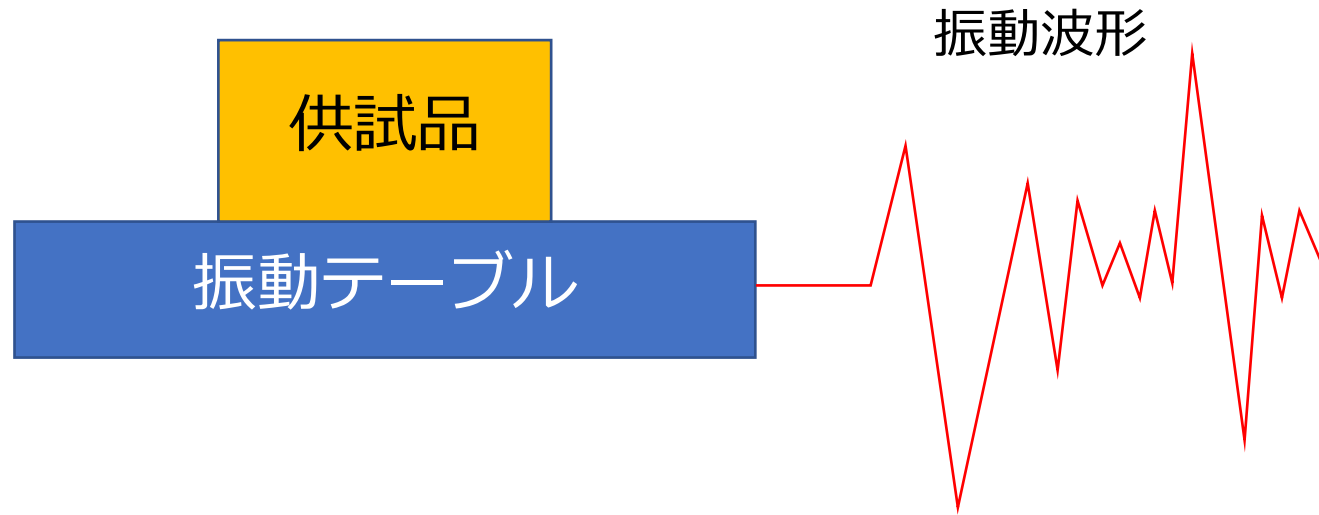


$G_{rms}$  がわかれば、不規則波形の大きさ (ばらつき = 標準偏差) がわかる  
 →  $G_{rms}$  の  $\pm 3$  倍の範囲 (99.7%) の中に、不規則波の瞬時値は含まれる

例 : JISZ0200 : 2020(追補) PSDの実効値  $G_{rms}$  は  $0.6G$   
 → 不規則波が正規分布に従う時、加速度瞬時値は  $\pm 1.8G$  ( $0.6G \times \pm 3\sigma$ ) の範囲に99.7%が存在するような波形となる (≒最大加速度は  $\pm 1.8G$ )

※一般的な振動試験によるランダム振動試験は、正規分布に従う振動波形を発生させるよう制御される

# 包装貨物に与える影響

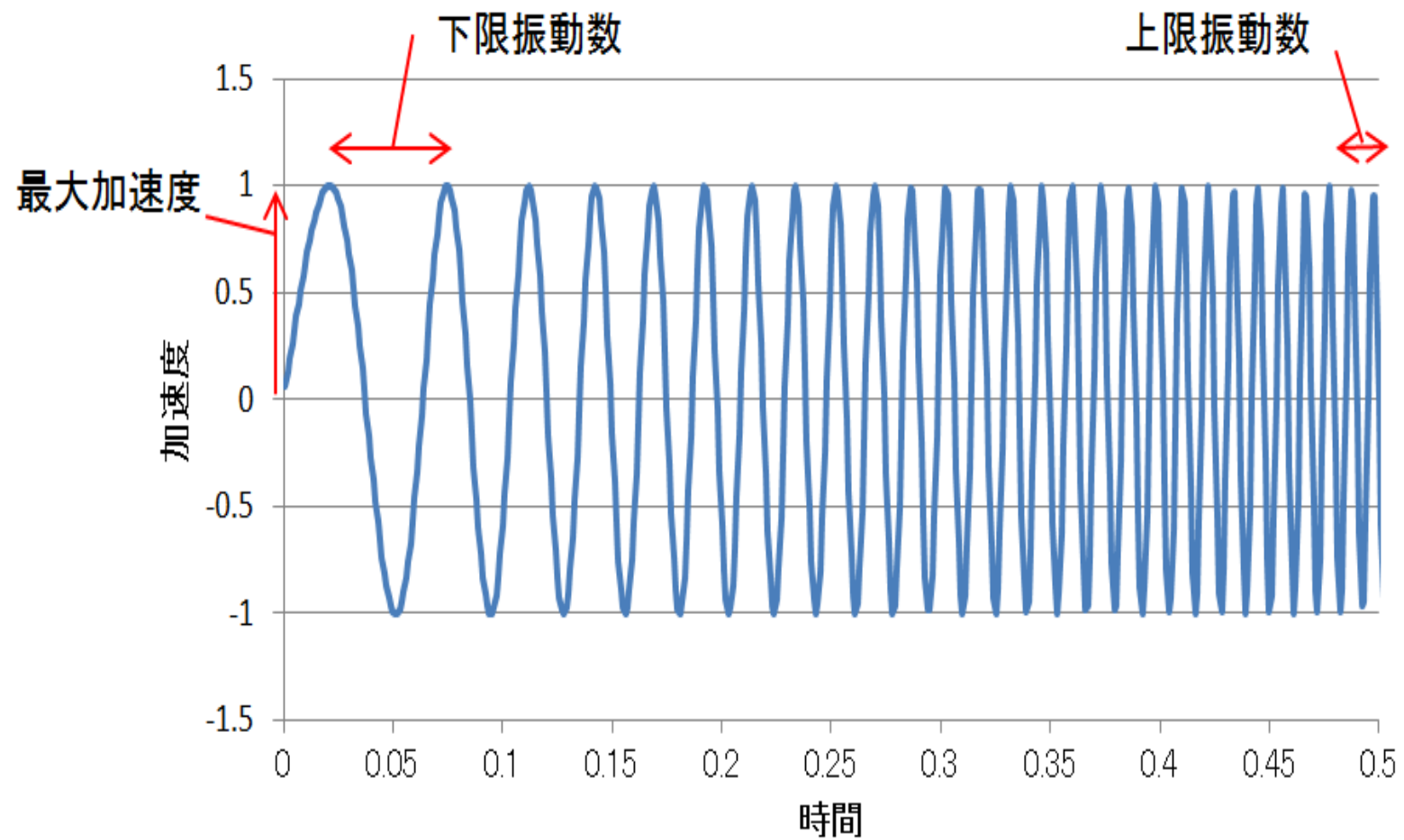


包装貨物試験で用いられる振動波形

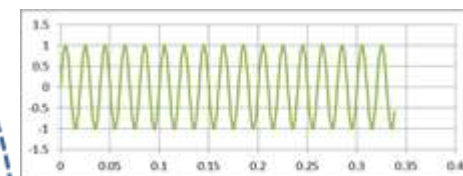
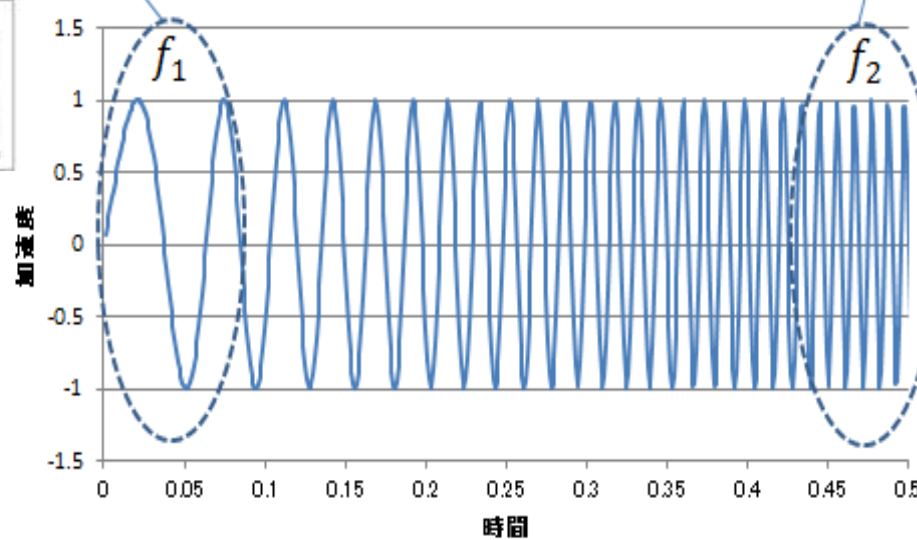
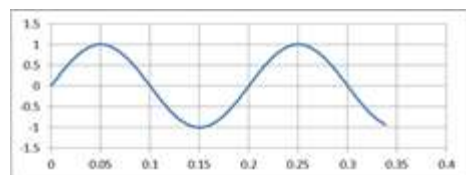
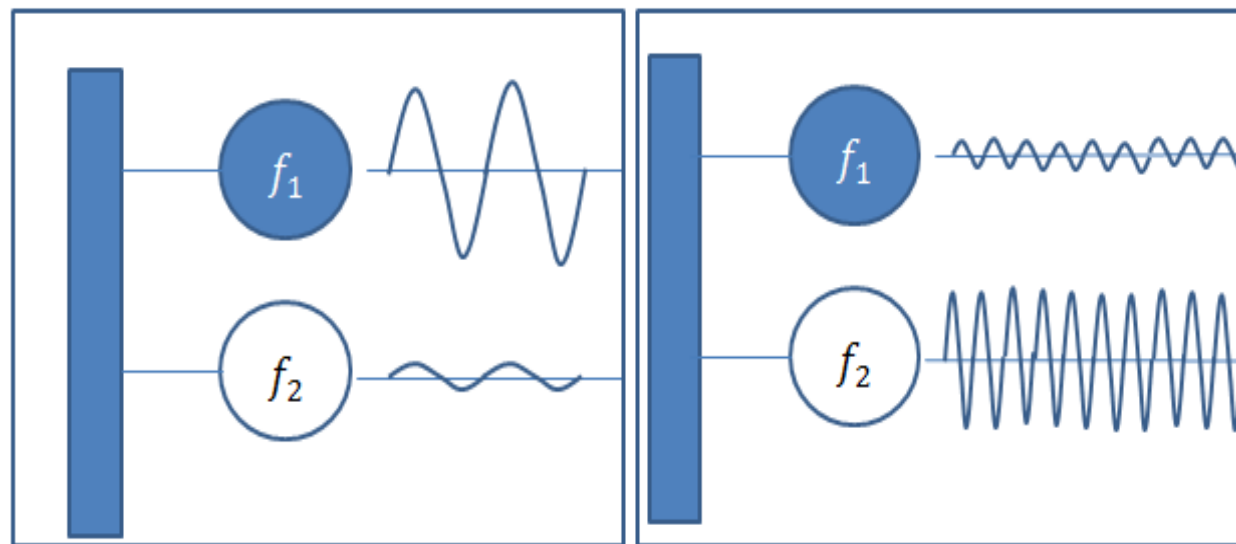
- ①掃引（スイープ）
- ②不規則（ランダム）

→JISZ0200、JISZ0232では②が優先とされる

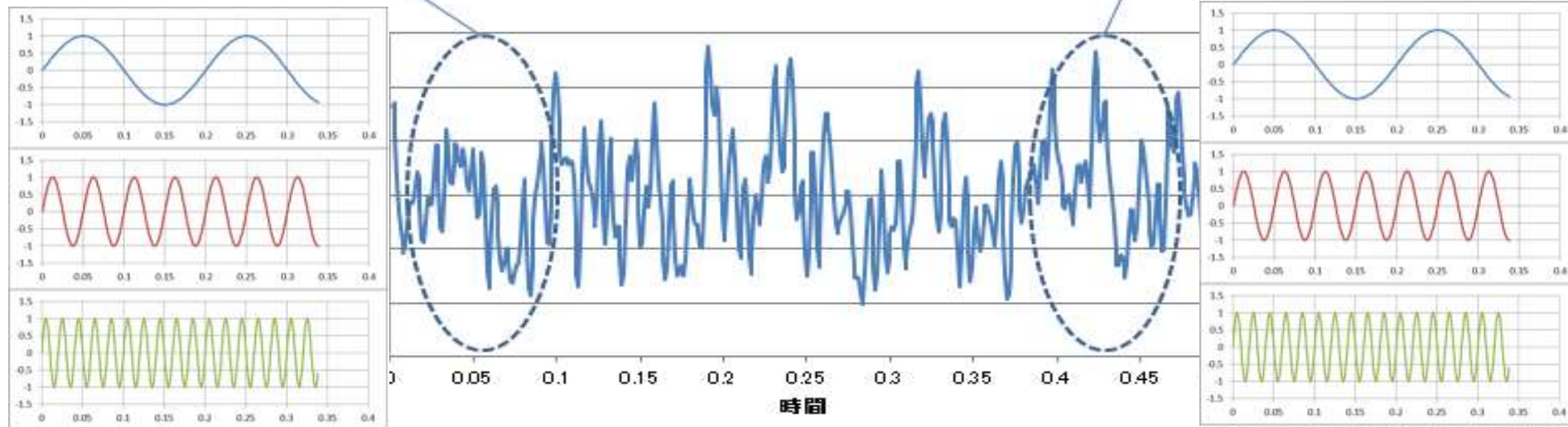
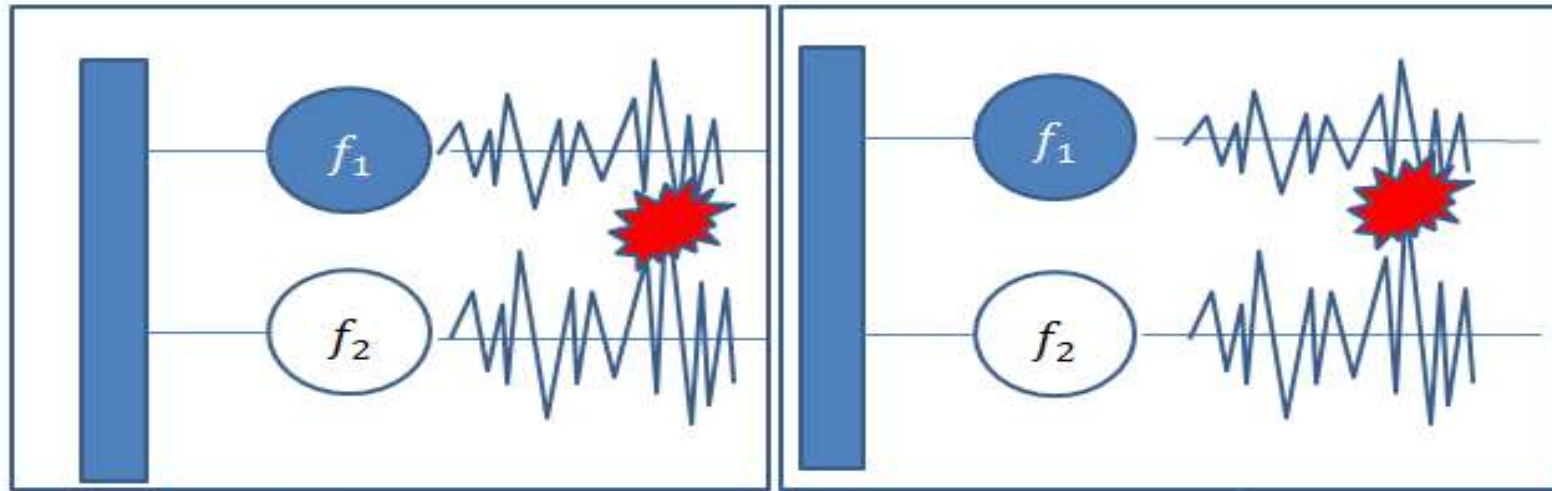
## ①掃引（スweep）



# ①掃引 (スweep)



## ②ランダム





# 実環境からのPSDを解析する方法について

## Zoomウェビナー

日時：①2023/4/04 14:00-15:00  
②2023/4/11 14:00-15:00  
③2023/4/18 14:00-15:00  
④2023/4/25 14:00-15:00

テーマ：輸送環境調査の基礎と事例

申込URL

[https://us02web.zoom.us/webinar/register/WN\\_PS\\_2\\_F4IRFSzEHu8Z-HZ\\_w](https://us02web.zoom.us/webinar/register/WN_PS_2_F4IRFSzEHu8Z-HZ_w)

## まとめ

- ・ PSDとは、不規則波に含まれる、様々な調和振動の振幅に直結する強度を周波数毎に分解することで、不規則波の特徴を表す。不規則波からPSDは算出できる（フーリエ変換）
- ・ PSDがあれば、不規則波を再現できる（フーリエ逆変換）  
ただし、PSDは位相情報がないため、再現される不規則波は無限に存在する
- ・ PSDの面積は、不規則波の実効値（=加速度瞬時値の標準偏差）と同義となり、振動の大きさを表す指標として用いられる
- ・ ランダム振動試験は、試験規格上では掃引試験よりも優先され、製品への影響は、掃引試験に比較して同時に複数の固有振動数を励起できる

- 03/16 (木) 11 : 00~12 : 00 落下衝撃の力学基礎
- 03/23 (木) 14 : 00~15 : 00 適正包装設計の実現手法
- 03/28 (火) 14 : 00~15 : 00 生産から流通までの総合環境管理
- 04/04,11,18,25 14 : 00~15 : 00 輸送環境調査の基礎と事例
- 04/13 (木) 14 : 00~15 : 00 受託試験サービスの紹介

神栄テクノロジー ウェビナーサイト

<https://www.shinyei.co.jp/stc/service/seminar.html>



2023年3月末販売開始予定

- 製品名 : 輸送環境記録計
- 型式 : DER-PRO
- 加速度 : 16G/200G (2センサ搭載)
- 温湿度 : -20~60度、5~95%rh
- トリガ : 加速度、時間
- フレーム : 1024
- サンプリング : 1ms
- 電池 : 単三電池×2
- 記録媒体 : SDカード
- サイズ : 79×79×36mm
- 重さ : 380g (電池含む)
- オプション : 外部バッテリーBOX

※本仕様は予告なく変更する場合があります

ご清聴ありがとうございました

問い合わせ先

<https://www.shinyei.co.jp/stc/contact.html>

神栄テクノロジー株式会社

本社（神戸） TEL 078-304-6795

つくば事業所 TEL029-848-3571